

**Paper Type: Original Article**

Comprehensive Efficiency Analysis Using Network Data Envelopment Analysis in Oil Industries

Amir Reza Bazargan*

Department of Industrial Engineering, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran;
parsian_26@yahoo.com.

Citation:

Bazargan, A. R. (2025). Comprehensive efficiency analysis using network data envelopment analysis in oil industries. *Management: Modeling, analysis and applications*, 2(1), 55-79.

Received: 26/08/2024

Reviewed: 05/12/2024

Revised: 15/01/2025

Accepted: 08/04/2025

Abstract

Purpose: This study aims to comprehensively analyze efficiency in oil industries, mainly petrochemical industries, using Data Envelopment Analysis (DEA) models in network structures. The DEA method is one of the most well-known methods for measuring the relative efficiency of decision-making units, which operates based on comparing the ratio of inputs to outputs. In recent years, with the development of these models, it has become possible to examine efficiency in more complex structures such as intra-organizational networks and supply chains. In the meantime, the petrochemical industry, as a vital part of the oil industry, seriously needs accurate performance evaluation systems, especially in dynamic production and market environments.

Methodology: This research has analyzed the supply chain and production process of a petrochemical company in detail. First, using library studies, interviews with experts, and field visits, the production process and supply chain structure were identified, and indicators related to inputs, outputs, and intermediate activities were extracted. Then, DEA models were formulated using the network structure of the production process, and two multiplicative and envelopment approaches were used to evaluate efficiency.

Findings: The analyses focused on data from 2016 to 2019, and the assessments were conducted at two levels: 1) cumulative efficiency of the chain, and 2) the efficiency of each of the operational units. The results show that the network DEA model can provide a comprehensive view of the overall performance of the system as well as the performance of its internal components so that managers can accurately identify the system's weaknesses and strengths and make more optimal decisions to improve performance.

Originality/Value: By providing a comprehensive efficiency assessment framework in complex production structures, this research has taken an effective step towards improving productivity and optimal resource management in the oil industry, especially in the petrochemical industry, and can also be a model for analyzing the performance of other industries with a network structure.

Keywords: Performance assessment, Network data envelopment analysis, Cumulative efficiency, Component efficiency.



Corresponding Author: parsian_26@yahoo.com

<https://doi.org/10.22105/mmaa.v1i1.64>

Licensee. **Management: Modeling, Analysis and Applications**. This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).



تحلیل جامع کارایی با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ای شبکه‌ای در صنایع نفتی

امیررضا بازرگان*

گروه مهندسی صنایع، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

چکیده

هدف: اصلی این پژوهش تحلیل جامع کارایی در صنایع نفتی به‌ویژه صنعت پتروشیمی با بهره‌گیری از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ای^۱ در ساختارهای شبکه‌ای است. روش *DEA* یکی از شناخته‌شده‌ترین روش‌ها در سنجش کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیرنده^۲ است که بر مبنای مقایسه نسبت ورودی‌ها به خروجی‌ها عمل می‌کند. در سال‌های اخیر، با توسعه این مدل‌ها امکان بررسی کارایی در ساختارهای پیچیده‌تری همچون شبکه‌های درون‌سازمانی و زنجیره‌های تامین فراهم شده است. در این میان، صنعت پتروشیمی به‌عنوان بخشی حیاتی از صنایع نفتی نیاز جدی به نظام‌های ارزیابی عملکرد دقیق، به‌ویژه در بسترهای پویای تولید و بازار دارد.

روش‌شناسی پژوهش: در این تحقیق، زنجیره‌تأمین و فرآیند تولید یک شرکت پتروشیمی به‌صورت دقیق مورد تحلیل قرار گرفته است. ابتدا با استفاده از مطالعات کتابخانه‌ای، مصاحبه با کارشناسان خبره و بازدیدهای میدانی، ساختار فرآیند تولید و زنجیره‌تأمین شناسایی شد و شاخص‌های مرتبط با ورودی‌ها، خروجی‌ها و فعالیت‌های میانی استخراج گردید. سپس مدل‌های *DEA* متناسب با ساختار شبکه‌ای فرآیند تولید فرموله شده و دورویکرد مضربی و پوششی برای ارزیابی کارایی مورد استفاده قرار گرفت.

یافته‌ها: تحلیل‌ها بر داده‌های مربوط به سال‌های ۱۳۹۵ تا ۱۳۹۸ متمرکز بود و ارزیابی‌ها در دو سطح انجام شد: ۱- کارایی تجمعی زنجیره و ۲- کارایی جز به جز هر یک از واحدهای عملیاتی. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که مدل *DEA* شبکه‌ای قادر است دید جامعی از عملکرد کلی سیستم و همچنین عملکرد اجزای درونی آن ارائه دهد به‌گونه‌ای که مدیران بتوانند نقاط ضعف و قوت سیستم را به‌دقت شناسایی کرده و تصمیمات بهینه‌تری در راستای بهبود عملکرد اتخاذ کنند.

اصالت/ارزش‌افزوده علمی: این پژوهش با ارائه یک چارچوب ارزیابی کارایی جامع در ساختارهای پیچیده تولیدی، گامی موثر در جهت ارتقای بهره‌وری و مدیریت بهینه منابع در صنایع نفتی به‌ویژه در صنعت پتروشیمی برداشته و می‌تواند الگویی برای تحلیل عملکرد سایر صنایع با ساختار شبکه‌ای نیز باشد.

کلیدواژه‌ها: ارزیابی عملکرد، *DEA* شبکه‌ای، کارایی تجمعی، کارایی مولفه‌ای.

۱- مقدمه

یکی از روش‌های مرسوم جهت اندازه‌گیری کارایی، روش *DEA* می‌باشد. کارایی نسبی در این مدل با استفاده از نسبت ورودی‌ها و خروجی‌ها به دست می‌آید [1]. با این حال با توجه به این‌که برخی سیستم‌های تولیدی دارای ساختار شبکه‌ای می‌باشند و خروجی حاصل از تولید هر محله به‌عنوان ورودی وارد مرحله بعدی می‌شود. استفاده از روش‌های شبکه‌ای *DEA* جهت اندازه‌گیری کارایی تمامی اجزای مدل مورد استفاده قرار

¹ Data Envelopment Analysis (DEA)

² Decision-Making Units (DMUs)

می گیرد [2]؛ بنابراین برخلاف مدل های کلاسیک، مدل های شبکه ای *DEA* نه تنها برای مدل سازی سازمان کمک می نماید بلکه جهت اندازه گیری کارایی اجزای مدل نیز در آن ها مورد استفاده قرار می گیرد [3]، [4] یکی از مسایلی که در توسعه روش های ارزیابی عملکرد بر اساس روش های *DEA* مطرح می شود، تشخیص اعتبار مدل با توجه به دامنه وسیع شاخص های ورودی و خروجی است [5]، [6]. مساله مهم دیگر هم چنین در نظرگیری اهمیت هریک از ابعاد مدل شبکه ای می باشد [7]؛ بنابراین انتخاب مدل مناسب با در نظرگیری متغیرهای مناسب و تعریف روابط صحیح میان ابعاد مدل و هم چنین در نظرگیری وزن های صحیح در هریک از ابعاد مدل *DEA* به منظور سنجش کارایی واحدهای مختلف در شرکت های پتروشیمی و تجزیه و تحلیل پیشرفت و پسرفت واحدها از هدف اصلی این پژوهش می باشد. یکی از مهم ترین مسایلی که در ارزیابی عملکرد صنعت پتروشیمی باید به آن توجه ویژه داشت، ماهیت فعالیت و بخش بندی کسب و کار آن ها است. *DEA* رویکرد جامعی است که برای ارزیابی عملکرد در صنعت پتروشیمی وارد شده است و هنوز نتوانسته جای پای محکم و قابل پذیرش برای مدیران پیدا نماید و محبوبیت این روش عمدتاً به دلیل وجود ورودی ها و خروجی های چندگانه در این مدل و تناسب آن برای بررسی روابط غیرخطی در تحلیل ها است [3].

لیکن اگر در اندازه گیری عملکرد، عملکرد زیرفرآیندها در نظر گرفته نشود، در واقع یک تخمین ظاهری از کیفیت عملکرد صورت گرفته است. به منظور تجزیه و تحلیل عملکرد فرآیندهای فرعی و منابع ناکارایی، برخی مطالعات به صورت ساختارمند، کارایی کلی را به کارایی های جزئی تجزیه کردند [4]؛ بنابراین استفاده از روش شبکه ای *DEA*، علاوه بر مشخص نمودن کارایی کل سیستم و فرآیند ارایه خدمات، کارایی هریک از قسمت های مدل را نیز محاسبه نموده و به مدیران صنعت پتروشیمی دید کافی جهت اتخاذ تصمیم های استراتژیک و برنامه های راهبری جهت بهبود وضعیت در هریک از زیرفرآیندها را خواهد داد.

بسیاری از *DMUs* بیش از یک مرحله دارند. برای ارزیابی عملکرد این نوع از واحدها، به کمک *DEA*، نمی توان کل *DMU* را همانند یک جعبه سیاه در نظر گرفت بلکه می بایست به روابط درونی آن نیز توجه نمود. روش های مختلفی برای ارزیابی کارایی واحدهای چندمرحله ای ارایه شده است. یکی از چالش های بزرگ سازمان ها در محاسبه بهره وری وجود زیر مجموعه هایی می باشد که با همدیگر ارتباط علت و معلولی دارند و مهم تر آن که عامل زمان بر روی عملکرد آن ها تاثیر به سزایی دارد. لذا تحلیل و ارزیابی سازمان نیازمند رسم نقشه بر اساس مدل های پویا با در نظر گرفتن عامل زمان می باشد. زنجیره های تامین از جمله واحدهایی هستند که بیش از یک مرحله دارند و در برخی از آن ها عوامل برگشت پذیر گر وجود دارد؛ بنابراین ارایه مدل هایی جهت ارزیابی کارایی واحدهای چندمرحله ای با حضور عوامل برگشت پذیر، ضروری به نظر می رسد. سوال اصلی تحقیق آن است که چگونه می توانیم در یک مدل شبکه ای، مدلی ریاضی برای اندازه گیری عملکرد سازمان ایجاد نماییم، به طوری که بتوانیم عملکرد کل و عملکرد اجزا را محاسبه نماید ارایه دهیم. در نهایت سنجش کارایی تعدادی از پتروشیمی های کشور که اطلاعات آن ها در سه طبقه مدل سازی شده است انجام می پذیرد.

در بخش دوم به مرور مقدمات *DEA* و زنجیره تامین می پردازیم. در بخش ۳ مدل سازی *DEA* برای ارزیابی کارایی تجمعی و کارایی هر یک از مولفه های زنجیره در صنعت پتروشیمی ارایه خواهد شد. در بخش ۴ به ارایه یک مثال کاربردی خواهیم پرداخت و مدل های ارایه شده را برای آن پیاده سازی خواهیم کرد. در بخش ۵ به نتیجه گیری و پیشنهادها می پردازیم.

۲- مقدمات *DEA* و زنجیره تامین

۲-۱- مفاهیم و اصول *DEA*

واحدی را در نظر بگیرید که با مصرف ورودی X ، خروجی Y را تولید می کند. کارایی نسبی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\text{کارایی} = \frac{Y}{X} = \frac{\text{خروجی}}{\text{ورودی}} \quad (1)$$

این تعریف زمانی که *DMU* دارای یک ورودی یک خروجی باشد کاربردی است.

فرض کنیم برای *DMUs* خاص استاندارد جهانی برای یک واحد ورودی، خروجی برابر با y_0 باشد. اگر *DMU* با مصرف یک واحد ورودی y_0 واحد خروجی تولید کند، در این صورت کارایی مطلق برابر عبارت زیر خواهد بود.

$$\frac{y_o}{y^*} \quad (۲)$$

به دلایل زیر معمولاً از کارایی نسبی در ارزیابی عملکرد *DMUs* استفاده می‌شود.

۱. معمولاً فاصله عملکرد واحدهای حقیقی به‌خصوص در کشورهای درحال توسعه مثل ایران با استانداردهای بین المللی خیلی زیاد است و ارایه راهکار جهت رسیدن به سطح استاندارد غیرقابل اجرا خواهد بود و در صورت ارایه یک یاس و ناامیدی به‌وجود می‌آورد.
۲. برای اغلب سازمان‌ها یا استانداردی وجود ندارد و یا برقرار نمودن و در نظر گرفتن استانداردهای بین المللی برای سازمان‌ها معقول به نظر نمی‌رسد.

فرض کنیم *DMU_j* با صرف ورودی x_j خروجی y_j را تولید می‌کند. کارایی نسبی برای واحد p th که آن را با RE_p نشان می‌دهیم، چنین تعریف می‌شود:

$$RE_p = \frac{\frac{y_p}{x_p}}{\max \left\{ \frac{y_j}{x_j} : j = 1, \dots, n \right\}} \quad (۳)$$

منظور از یک *DMU* عبارت است از: واحدی که با دریافت بردار ورودی مانند $(x_1, \dots, x_m)$ بردار خروجی مانند $(y_1, \dots, y_s)$ را تولید می‌نماید. منظور از *DMUs* متجانس عبارت است از: واحدهایی که عمل مشابه دارند و با دریافت ورودی‌های مشابه خروجی‌های مشابه تولید می‌نمایند. مثلاً شعب یک بانک واحدهای متجانس می‌باشند. حال *DMU* به‌صورت زیر را در نظر بگیرید که با مصرف بردار ورودی $(x_1, \dots, x_m)$ بردار خروجی $(y_1, \dots, y_s)$ را تولید می‌کند کارای چنین واحدی به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\text{کارایی} = \frac{u_1 y_1 + \dots + u_s y_s}{v_1 x_1 + \dots + v_m x_m} \quad (۴)$$

که در آن u_r قیمت خروجی r th یعنی y_r ($r = 1, \dots, s$) و v_i هزینه x_i ($i = 1, \dots, m$) می‌باشد و کارایی فوق به کارایی اقتصادی معروف است. بردار x غالب بر بردار y است اگر و فقط اگر $X \neq Y$ و $X \geq Y$ در این صورت گوئیم بردار Y به‌وسیله بردار X مغلوب گردیده است. فرض کنید n تا *DMU* داریم و هر DMU_j ($j = 1, \dots, n$) با استفاده از m ورودی x_{ij} ($i = 1, \dots, m$)، S خروجی y_{rj} ($r = 1, \dots, s$) را تولید می‌کند. *DEA* اندازه‌گیری عملکرد را برای DMU_j به طریق زیر محاسبه می‌کند:

$$h_j = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \quad (۵)$$

در این معادله u_r ($r = 1, \dots, s$) وزن‌های ورودی‌ها و v_i ($i = 1, \dots, m$) وزن‌های خروجی‌های نسبی DMU_j هستند. وزن‌ها در رابطه (۵) توسط مساله برنامه‌ریزی زیر تعیین می‌شوند:

$$\begin{aligned} h_0 &= \max h_0, \\ \text{s.t.} \\ h_j &\leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n, \\ v_i, u_r &\geq 0. \end{aligned} \quad (۶)$$

مدل (۷) *CCR* با ماهیت ورودی در فرم پوششی مشهور است.

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \theta, \\ \text{s.t.} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} &\leq \theta x_{io}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} &\geq y_{ro}, \quad r = 1, 2, \dots, s, \\ \lambda_j &\geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (۷)$$

ناکاراست. دوآل فرم پوششی که معروف به فرم (صورت) مضربی است چنین می باشد:

$$\begin{aligned} & \text{Max} \sum_{r=1}^s u_r y_{ro}, \\ & \text{s.t.} \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\ & \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1, \\ & u_r \geq 0, \quad r = 1, \dots, s, \\ & v_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m. \end{aligned} \quad (8)$$

مدل CCR در ماهیت خروجی به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} & \text{Max} \varphi \\ & \text{s.t.} \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j X_j \leq X_o, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j Y_j \geq \varphi Y_o, \\ & \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (9)$$

مدل فوق را مدل CCR در ماهیت خروجی می نامند. این مدل همواره شدنی و $\varphi^* \geq 1$ می باشد و اگر $\varphi^* = 1$ در این صورت DMU_o کاراست، در غیر این صورت ناکاراست. دوآل مدل فوق را مدل مضربی با ماهیت خروجی CCR می نامند که به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} & \text{Max} \quad V^t X_o, \\ & \text{s.t.} \\ & U^t Y_o = 1, \\ & V^t X_j - U^t Y_j \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \\ & U \geq 0, \quad V \geq 0. \end{aligned} \quad (10)$$

DMU_o کاراست اگر و فقط اگر پس از حل فرم مضربی مدل CCR در ماهیت ورودی (U^*, V^*) بهین موجود باشد که $U^{*t} Y_o = 1, (U^*, V^*) > 0$. با در نظر گرفتن تکنولوژی بازده به مقیاس متغیر مدل BCC در ماهیت ورودی در فرم پوششی به صورت زیر معرفی شده است.

$$\begin{aligned} & \text{Min} \quad \theta \\ & \text{s.t.} \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro}, \quad r = 1, 2, \dots, s, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n, \\ & \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (11)$$

این مدل LP نیز همواره شدنی است و بهینه متناهی دارد و همواره $0 < \theta^* \leq 1$ ، DMU_o در مدل BCC کارائی پاراتو است. اگر $\theta_B^* = 1$ تمامی متغیرهای کمکی در همه جواب های بهینه صفر می باشند. دوآل این مدل نیز فرم مضربی BCC نامیده می شود و به صورت ذیل است:

$$\text{Max } U^t Y_o + u_o,$$

$$\text{s. t.}$$

$$V^t X_o = 1$$

(۱۲)

$$U^t Y_j - V^t X_j + u_o \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

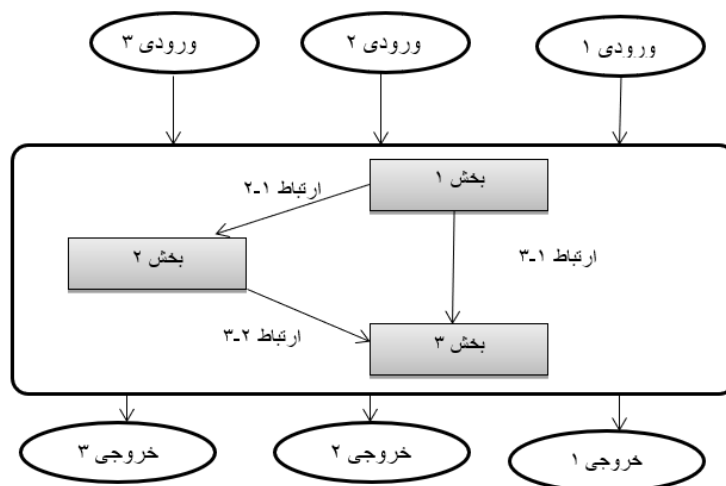
$$U \geq 0, V \geq 0.$$

۲-۲-۲ DEA- شبکه‌ای

DEA شبکه‌ای مدل‌های مرسوم DEA، DMUs را جعبه‌های سیاهی می‌انگارند و ساختار درونی آن‌ها را در نظر نمی‌گیرند [5]. به همین دلیل فار در سال ۱۹۹۱ و نیز فار و گراسکف در سال ۱۹۹۶ برای غلبه بر این مشکل و سهل‌انگاری در محاسبه‌ی کارایی، مبحث DEA شبکه‌ای را مطرح کردند [6]، [7].

آن‌ها معتقدند که مدل‌های مرسوم DEA فرآیندهای سازمانی DMUs را در بررسی‌های خود نادیده می‌انگارند و به سازمان‌ها و DMUs به‌عنوان جعبه سیاهی می‌نگرند که در آن‌ها ورودی‌ها به خروجی‌هایی تبدیل می‌شود و ساختار درونی این واحدها در ارزیابی لحاظ نمی‌شود؛ درحالی‌که برای کمک بهبود عملکرد لازم است فرآیندهای مختلف سازمان در مراحل مختلف بررسی شده و بخش‌های موفق از ناموفق متمایز شود [8]. در میان مدل‌های مرسوم DEA دو رویکرد متداول برای اندازه‌گیری کارایی سازمان‌های چند بخشی وجود دارد:

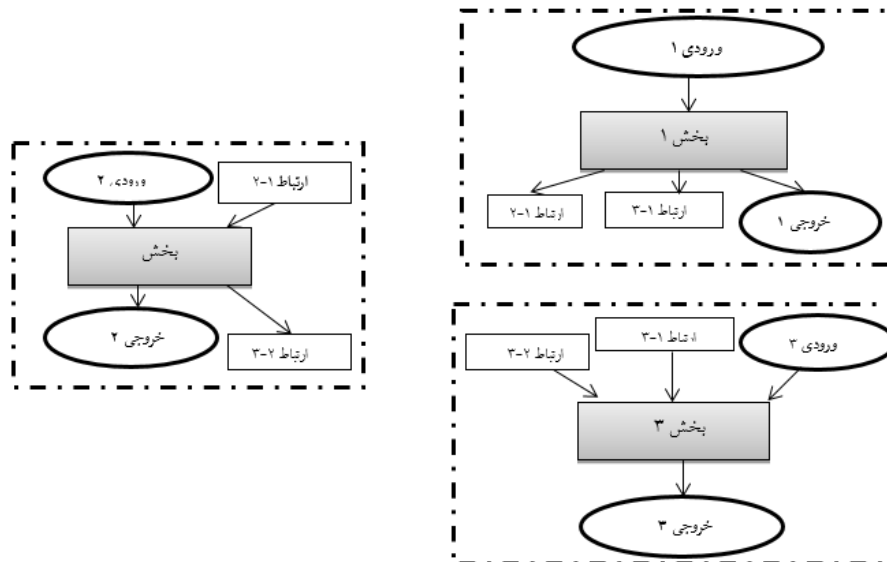
تجمع (جعبه سیاه): در یک رویکرد ساده بخش‌ها مطابق شکل ۱ تجمع شده و به‌عنوان یک شرکت در نظر گرفته می‌شوند. این رویکرد ارتباط فعالیت‌های داخلی را نادیده می‌گیرد و نمی‌تواند تاثیر ناکارایی بخش‌ها را بر کارایی کل شرکت محاسبه نماید. علاوه بر این در این حالت امکان انتخاب نامناسب ورودی‌ها و خروجی‌ها و ارزیابی غیرمنطقی DMU وجود دارد.



شکل ۱- تجمع بخش‌های سازمان در قالب جعبه سیاه.

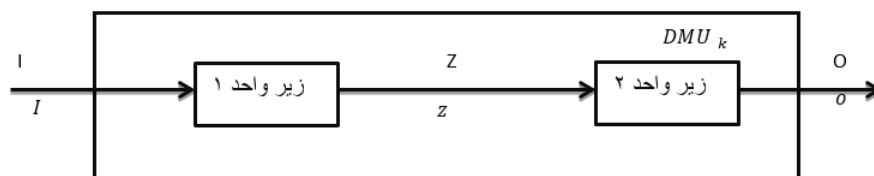
Figure 1- Consolidation of organizational departments into a black box.

تفکیک رویکرد دوم، اندازه‌گیری کارایی بخش‌ها به‌صورت منفرد است. در این روش می‌توان کارایی هر بخش شرکت را در میان DMUs اندازه‌گیری نمود؛ اما این رویکرد برای تداوم ارتباط بین بخش‌ها کاربرد ندارد. شکل ۲ را در نظر بگیرید.



شکل ۲- تفکیک بخش های سازمان.

Figure 2- Individual parts of the organization.



شکل ۳- سیستم دو مرحله ای.

Figure 3- Two-stage system.

شکل کلی یک سیستم دو مرحله ای در شکل ۳ نمایش داده شده است که در آن I ، O و Z به ترتیب ورودی، خروجی $DMUs$ و ارتباط میانی مابین زیر واحدها می باشند. خروجی های زیر واحد اول ورودی زیر واحد دوم می شوند. زیر واحد دوم هیچ ورودی برون زایی را مصرف نمی کند و زیر واحد اول هیچ خروجی برون زایی را تولید نمی کند؛ بنابراین در سال ۲۰۰۸ مدل زیر برای محاسبه کارایی یک DMU با ساختار دو مرحله ای شکل ۳ ارائه شد [9].

$$E_k^s = \max \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}}$$

s. t

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\frac{\sum_{p=1}^q w_p z_{pj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{p=1}^q w_p z_{pj}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$u_r, v_i, w_p \geq \varepsilon \quad r = 1, \dots, s, i = 1, \dots, m, p = 1, \dots, q.$$

(۱۳)

۲-۳- زنجیره تامین

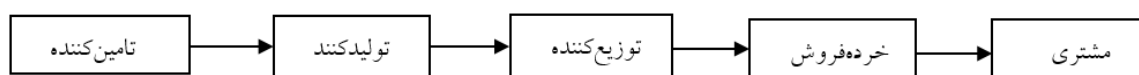
در رقابت های جهانی موجود در عصر حاضر باید محصولات متنوع را با توجه به درخواست مشتری در دسترس وی قرار داد. خواست مشتری بر کیفیت بالا و خدمت رسانی سریع موجب افزایش فشارهایی شده که قبلاً وجود نداشته است. در نتیجه شرکت ها بیش از این نمی توانند به تنهایی از

عهده تمامی کارها برآیند. در بازار رقابتی موجود، بنگاه‌های اقتصادی و تولیدی علاوه بر پرداختن به سازمان و منابع داخلی، خود را به مدیریت و نظارت بر منابع و ارکان مرتبط خارج از سازمان نیازمند یافته‌اند. علت این امر درواقع دستیابی به مزیت یا مزایای رقابتی با هدف کسب سهم بیشتری از بازار است. بر این اساس فعالیت‌هایی نظیر برنامه‌ریزی عرضه و تقاضا، تهیه مواد، تولید و برنامه‌ریزی محصول، خدمت نگهداری کالا، کنترل موجودی، توزیع، تحویل و خدمت به مشتری که قبلاً همگی در سطح کشور انجام می‌شده، اینک به سطح زنجیره‌تأمین انتقال پیدا کرده است. مساله کلیدی در یک زنجیره‌تأمین، مدیریت و کنترل تمامی این فعالیت‌ها است. مدیریت زنجیره‌تأمین^۱ پدیده‌ای است که این کار را به طریقی انجام می‌دهد که مشتریان بتوانند خدمت قابل اطمینان و سریع را با محصولات با کیفیت در حداقل هزینه دریافت کنند.

در دهه‌های ۷۰-۱۹۶۰ سازمان‌ها به توسعه جزییات استراتژی‌های بازار همت گماردند که بر برآورده کردن رضایت مشتریان متمرکز بود. آن‌ها بدین درک نایل آمدند که مهندسی و طراحی قوی و عملیات تولید منسجم و هماهنگ، پیش‌نیاز دستیابی به نیازمندی‌های بازار و در نتیجه سهم بازار بیشتر است؛ بنابراین طراحان مجبور شدند که ایده‌آل‌ها و نیازمندی‌های موردنظر مشتریان را در طراحی محصولات خود بگنجانند و درحقیقت محصولی را با حداکثر سطح کیفی ممکن، در حداقل هزینه، توأم با ایده‌آل‌های موردنظر مشتری روانه بازار سازند.

در دهه ۱۹۹۰ به موازات بهبود در توانمندی‌های تولید، مدیران صنایع درک کردند که مواد و خدمات دریافتی از تأمین‌کنندگان مختلف تأثیر به‌سزایی در افزایش توانمندی‌های سازمان به‌منظور برخورد با نیازمندی‌های مشتریان دارد که این امر به نوبه خود تأثیر مضاعفی در تمرکز سازمان و پایگاه‌های تأمین و استراتژی‌های منبع‌یابی برجا نهاد. هم‌چنین مدیران دریافتند که صرفاً تولید یک محصول کیفی، کافی نیست، درواقع تأمین محصولات با معیارهای موردنظر مشتری (چه موقع، کجا و چگونه) و با کیفیت و هزینه مورد نظر آن‌ها، چالش‌های جدیدی را به وجود آورد. در چنین شرایطی به‌عنوان یک نتیجه‌گیری، از تغییرات مذکور دریافتند که این تغییرات در طولانی‌مدت برای مدیریت سازمانشان کافی نیست. آن‌ها باید در مدیریت شبکه همه کارخانه‌ها و شرکت‌هایی که ورودی‌های سازمان آن‌ها را به‌طور مستقیم و غیرمستقیم تأمین می‌کردند، هم‌چنین شبکه شرکت‌هایی مرتبط با تحویل و خدمت بعد از فروش محصول به مشتری، درگیر می‌شدند. با چنین نگرشی، رویکردهای زنجیره‌تأمین و مدیریت زنجیره‌تأمین پای به عرصه وجود نهاد.

به این ترتیب می‌توان گفت، یک زنجیره‌تأمین شامل همه مراحل است که چه مستقیم و چه غیرمستقیم، در برآورده سازی درخواست یک مشتری نقش دارند. در یک زنجیره‌تأمین معمولی، مواد خام از تأمین‌کنندگان به کارخانه‌ها ارسال می‌شوند، سپس محصولات تولیدشده در کارخانه‌ها به انبارهای میانی و انبارهای توزیع‌کننده ارسال می‌شوند و از آنجا نیز به سمت خرده‌فروش‌ها و در نهایت به دست مشتری نهایی یا همان مصرف‌کننده می‌رسند. پس یک کالا مراحل مختلف زنجیره را طی می‌کند تا به دست مصرف‌کننده برسد. در بعضی از این مراحل، کالا انبارش می‌شود و در بعضی دیگر حمل می‌شود؛ یعنی یک زنجیره‌تأمین مجموعه‌ای از انبارش‌ها و حمل‌ونقل‌ها است. اعضای یک زنجیره‌تأمین معمولی عبارتند از: تأمین‌کنندگان، انبارهای مواد اولیه، مراکز تولید، توزیع‌کنندگان، خرده‌فروشی‌ها و مشتری نهایی [15]. هر سازمان تجاری حداقل بخشی از یک زنجیره‌تأمین است و خیلی از سازمان‌ها بخشی از چندین زنجیره‌تأمین هستند. تعداد و نوع سازمان‌ها در یک زنجیره‌تأمین از این طریق که آیا زنجیره‌تأمین تولیدگر یا خدمت‌گرا است تعیین می‌شود. به‌طور کلاسیک یک زنجیره‌تأمین شامل مراحل یا حلقه‌های زیر می‌باشد. شکل ۴ را در نظر بگیرید.



شکل ۴- زنجیره‌تأمین.

Figure 4- Supply chain.

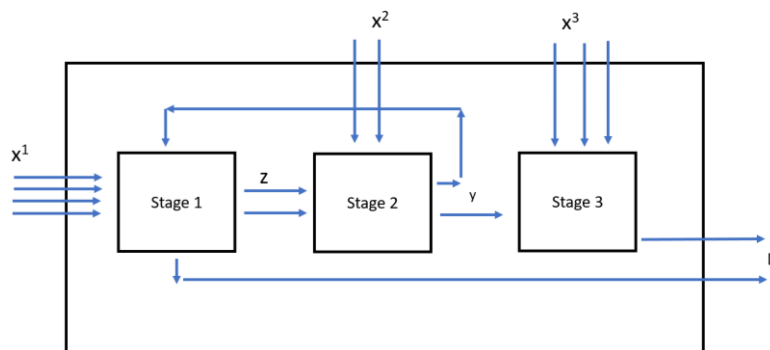
۳- ارزیابی کارایی زنجیره‌تأمین پتروشیمی با مدل‌های DEA

در شکل ۵ زنجیره (شبکه) سه مرحله‌ای نشان داده شده است. در فصل بعد کاملاً توضیح خواهیم داد که این ساختار دقیقاً از مطالعه بر روی زنجیره پتروشیمی استخراج شده است هر چند این ساختار قسمتی از یک زنجیره پتروشیمی می‌باشد ولیکن بسیاری از واحدهای پتروشیمی را سراغ داریم

^۱ Supply Chain Management (SCM)

که از حیث تولید محصولات شبیه هم بوده لذا می توانیم آن ها را با همدیگر مقایسه نماییم در این شکل طبقه اول دارای ورودی مستقل $X1$ است. هم چنین یک خروجی برگشت داده شده از طبقه دوم، Y ، نیز به این طبقه ورود می کند.

از طبقه اول خروجی Z که تولید میانی است خارج و به طبقه دوم وارد می شود. طبقه اول یک خروجی دیگر هم دارد، D ، که از سیستم به عنوان خروجی نهایی خارج می شود. تولیدات میانی Z ورودی طبقه دوم می باشند و به علاوه آن ها این طبقه ورودی مستقل دیگری هم دارد، $X2$ که از خارج سیستم وارد می شود. Y تولیدات میانی طبقه دوم می باشند. یک تولید میانی طبقه دوم به استیج اول برگشت داده شده است و یکی دیگر به استیج سوم وارد می شود. طبقه سوم سه ورودی مستقل دیگر هم دارد، $X3$ که از خارج سیستم وارد آن می شود. در آخر یک خروجی D از طبقه سوم تحت عنوان خروجی نهایی از سیستم خارج می شود.



شکل ۵- شبکه (زنجیره) سه مرحله ای بر اساس ساختار فرآیند پتروشیمی.

Figure 5- Three-stage network (chain) based on the structure of the petrochemical process.

تحلیل و بررسی واحدهای شبکه ای در DEA بعد از ارایه مدل های کلاسیک DEA که DMUs را به عنوان جعبه سیاه در نظر می گرفتند بسیار مورد توجه قرار گرفت. در این نوع رویکرد تاثیر روابط بین طبقه ها و در نظر گرفتن این روابط در مدل سازی ریاضی به منظور ارزیابی مدنظر است؛ زیرا توجه به ساختار درونی یک DMU که شامل اجزای متفاوتی می شود در ارزیابی شبکه تاثیر بسزایی دارد. لذا در این تحقیق به بررسی و مدل سازی این نوع شبکه که در شکل ۱ رسم شده است می پردازیم. مدل سازی برای ارزیابی کارایی، الگویابی و به دست آوردن فعالیت های بهبودیافته را برای کل شبکه و هر یک از استیج های آن بررسی می کنیم. این مدل سازی ریاضی را در DEA هم از فرم پوششی و هم از فرم مضربی دنبال کرده و سعی در در نظر گرفتن حالت های متخلف در مدل سازی داریم که بتوان کارایی کل، کارایی تجمعی و کارایی هر یک از طبقه را به دست آورد.

۳-۱- مدل سازی در فرم پوششی DEA

مدل فرم پوششی ماهیت ورودی

مدل فرم پوششی ماهیت ورودی متناظر شبکه فوق را در نظر بگیرید. در این مدل کارایی از نظر ورودی ها ورودی مینیمم سازی شده است. توجه داشته باشید تمام ورودی های خارجی که به استیج های سه گانه شبکه وارد می شوند مینیمم شده اند.

Min θ

s.t.

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 x_{ij}^1 &\leq \theta x_{io}^1, \quad i = 1, \dots, 4, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 d_{1j} &\geq d_{1o}, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{fj} &\geq z_{fo}, \quad f = 1, 2, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 y_{1j} &\geq y_{1o}, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 x_{lj}^2 &\leq \theta x_{lo}^2, \quad l = 1, 2, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 z_{fj} &\leq z_{fo}, \quad f = 1, 2, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 y_{rj} &\geq y_{ro}, \quad r = 1, 2, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^3 x_{pj}^3 &\leq \theta x_{po}^3, \quad l = 1, 2, 3, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^3 d_{2j} &\leq d_{2o}, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^3 y_{2j} &\geq y_{2o}, \\ \sum_{j=1}^n (\lambda_j^s) &= 1, \quad s = 1, 2, 3, \\ \lambda_j^s &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n, s = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (14)$$

از این مدل علاوه بر مقدار کارایی، ورودی‌های بهبودیافته نیز مشخص می‌شوند. اگر بپذیریم θ^* مقدار کارایی کل سیستم زنجیره‌تامین باشد. در این صورت فرمول متناظر ورودی‌های بهبودیافته عبارت است از:

$$improved\ inputs = (\theta^* x_o^1, \theta^* x_o^2, \theta^* x_o^3).$$

برای تجزیه و تحلیل مدل بالا ابتدا به اثبات دو قضیه زیر می‌پردازیم:

قضیه ۱- از مدل (۱۴) ثابت می‌شود که $\theta^* \leq 1$.

قضیه ۲- ورودی‌های بهبودیافته در واحد تحت ارزیابی DMU_o که از رابطه $(\theta^* x_o^1, \theta^* x_o^2, \theta^* x_o^3)$ محاسبه می‌شوند، بر روی مرز کارایی ضعیف قرار دارند.

اثبات: از مدل (۱۴) ثابت می‌شود که $\theta^* \leq 1$ از آنجا که یک جواب شدنی $\theta = 1$ برای مدل (۲) موجود است و این مدل نیز از نوع مینیمم‌سازی است لذا $\theta^* \leq 1$ خواهد بود.

قضیه ۳- ورودی‌های بهبودیافته در واحد تحت ارزیابی DMU_o که از رابطه $(\theta^* x_o^1, \theta^* x_o^2, \theta^* x_o^3)$ محاسبه می‌شوند، بر روی مرز کارایی ضعیف قرار دارند.

اثبات: به خلف اگر فرض کنیم نقطه به دست آمده روی مرز کارایی ضعیف قرار نداشته باشد، به این ترتیب می توان مقدار کمتری از θ^* مانند $\bar{\theta}^*$ ، $\bar{\theta}^* < \theta^*$ یافت که $(\bar{\theta}^* x_0^1, \bar{\theta}^* x_0^2, \bar{\theta}^* x_0^3)$ روی مرز کارایی ضعیف قرار دارد که خلاف فرض بهینه بودن θ^* است. پس فرض خلف باطل و حکم برقرار است. مدل فرم پوششی ماهیت خروجی متناظر شبکه فوق را در نظر بگیرید. در این مدل کارایی نظر خروجی ها ماکسیم سازی شده است. توجه داشته باشید تمام خروجی هایی که از استیج های سه گانه شبکه خارج می شوند ماکسیم شده اند.

مدل فرم پوششی ماهیت خروجی

مدل فرم پوششی ماهیت خروجی متناظر شبکه فوق را در نظر بگیرید. در این مدل کارایی از نظر خروجی ها ماکزیمم سازی شده است. توجه داشته باشید تمام خروجی های خارجی که به استیج های سه گانه شبکه وارد می شوند ماکزیمم شده اند.

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \varphi \\
 & \text{s.t.} \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 x_{ij}^1 \leq x_{i0}^1, \quad i = 1, \dots, 4, \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 d_{1j} \geq \varphi d_{10}, \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{fj} \geq z_{f0}, \quad f = 1, 2, \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 y_{1j} \geq y_{10}, \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 x_{lj}^2 \leq x_{l0}^2, \quad l = 1, 2, \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 z_{fj} \leq z_{f0}, \quad f = 1, 2, \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 y_{rj} \geq y_{r0}, \quad r = 1, 2, \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^3 x_{pj}^3 \leq x_{p0}^3, \quad l = 1, 2, 3, \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^3 d_{2j} \leq \varphi d_{20}, \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^3 y_{2j} \geq y_{20}, \\
 & \sum_{j=1}^n (\lambda_j^s) = 1, \quad s = 1, 2, 3, \\
 & \lambda_j^s \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, s = 1, 2, 3.
 \end{aligned} \tag{۱۵}$$

از این مدل علاوه بر مقدار کارایی، خروجی های بهبود یافته نیز مشخص می شوند. فرمول متناظر خروجی های بهبود یافته عبارت است از:

$$\text{Improved Outputs} = (\varphi^* d_0).$$

برای تجزیه و تحلیل مدل بالا ابتدا به اثبات دو قضیه زیر می پردازیم:

قضیه ۴- از مدل (۱۵) ثابت می شود که $\varphi^* \geq 1$.

قضیه ۵- خروجی‌های بهبودیافته در واحد تحت ارزیابی DMU_0 که از رابطه $(\varphi^* d_0)$ محاسبه می‌شوند، بر روی مرز کارایی ضعیف قرار دارند.

قضیه ۶- از مدل (۱۵) ثابت می‌شود که $\varphi^* \geq 1$.

اثبات: آز آنجا که یک جواب شدنی $\varphi = 1$ برای مدل (۱۵) موجود است و این مدل نیز از نوع ماکسیمم سازی است لذا $\varphi^* \geq 1$ خواهد بود.

قضیه ۷- خروجی‌های بهبودیافته در واحد تحت ارزیابی DMU_0 که از رابطه $(\varphi^* d_0)$ محاسبه می‌شوند، بر روی مرز کارایی ضعیف قرار دارند.

اثبات: به خلف اگر فرض کنیم نقطه به‌دست‌آمده روی مرز کارایی ضعیف قرار نداشته باشد، به این ترتیب می‌توان مقدار بیشتری از φ^* مانند $\bar{\varphi}^*$ ، $\bar{\varphi}^* < \varphi^*$ یافت که $(\bar{\varphi}^* d_0)$ روی مرز کارایی ضعیف قرار دارد که خلاف فرض بهینه بودن φ^* است. پس فرض خلف باطل و حکم برقرار است. با توجه به مدل (۱۵) و مدل (۱۶) می‌توان اندیسی حاصل از ترکیب جواب‌های بهین این مدل‌ها به‌صورت زیر معرفی کرد. اگر کارایی ورودی محور زنجیره θ^* باشد و کارایی خروجی محور آن φ^* باشد آنگاه رابطه ترکیبی را به‌صورت معرفی می‌کنیم.

$$EfficiencyIndex(E.I) = \frac{1}{w_1 \theta^* + w_2 \varphi^*},$$

که در آن $w_1, w_2 \in R^+, w_1 + w_2 = 1$ به عبارتی وزن‌های w_1 و w_2 که از طرف مدیر یا کارشناس سیستم مشخص می‌شوند معرف اهمیت θ^* و φ^* نسبت به یکدیگر است. واضح است که $0 < E.I \leq 1$. مقدار کارایی زنجیره‌تأمین بین یک و صفر قرار دارد همانند اصول تحلیل پوششی می‌توان گفت اگر کارایی این ساختار یک باشد به ساختار می‌گوییم از کارایی برخوردار می‌باشد. برای این مهم قضیه زیر را می‌توان اثبات نمود.

قضیه ۸- در ارزیابی DMU_0 اگر $E.I = 1$ آن گاه گوییم این واحد کارا است. و اگر $E.I < 1$ آنگاه واحد تحت ارزیابی ناکارا است.

اثبات: اگر $E.I = 1$ باشد داریم $w_1 \theta^* + w_2 \varphi^* = 1$ از آن جا که $w_1, w_2 \in R^+, w_1 + w_2 = 1$ و $\theta^* \leq 1, \varphi^* \geq 1$ نتیجه می‌شود که $\theta^* = \varphi^* = 1$ پس واحد تحت ارزیابی کارا است؛ زیرا هیچ تغییری در ورودی و یا خروجی‌های آن از مدل پیشنهاد نشده است.

اگر $E.I < 1$ آنگاه نتیجه می‌شود که $w_1 \theta^* + w_2 \varphi^* > 1$ و از آنجا که $w_1, w_2 \in R^+, w_1 + w_2 = 1$ نتیجه می‌شود که $\theta^* < 1$ یا $\varphi^* > 1$ حال با برقرار بودن یکی از روابط قبل یا هر دوی آن‌ها نتیجه می‌گیریم که واحد تحت ارزیابی می‌تواند ورودی‌ها خود را کاهش دهد یا خروجی‌های خود را افزایش دهد پس کارا نمی‌باشد زیرا واحد مغلوب برای آن وجود خواهد داشت.

۳-۲- مدل سازی در فرم پوششی DEA

مجددا شبکه یادشده (۱۴) را در نظر بگیریم مدل فرم مضربی را در دو ماهیت ورودی و خروجی می‌نویسیم.

مدل فرم مضربی را در ماهیت ورودی: در این مدل علاوه بر کارایی مقدار وزن‌های بهین متناظر ورودی و خروجی‌های هر استیج مشخص می‌شود. توجه کنید کارایی هر یک از استیج‌ها مقید به کوچک‌تر مساوی یک بودن، شده‌اند.

$$\begin{aligned}
 & \text{Max} \quad \sum_{r=1}^2 k_r d_{ro} \\
 & \text{s.t.} \\
 & \sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{io}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lo}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{po}^3 = 1, \\
 & \sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + u_1 d_{1j} - \sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 - k_1 y_{1j} + q_0^1 \leq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\
 & \sum_{r=1}^2 k_r y_{rj} - \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 - \sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + q_0^2 \leq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\
 & u_2 d_{2j} - \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3 - k_2 y_{2j} + q_0^3 \leq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\
 & \sum_{r=1}^2 k_r d_{rj} - \sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 - \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 - \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3 \leq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\
 & k_r \geq 0, v_i^1 \geq 0, v_l^2 \geq 0, v_p^3 \geq 0, w_f \geq 0, u_s \geq 0, \quad \text{for all } r, i, l, p, f, s, \\
 & q_0^1, q_0^2, q_0^3, \text{ Free}
 \end{aligned} \tag{۱۶}$$

قضیه ۹- ثابت می شود که $\sum_{r=1}^2 k_r^* d_{ro} \leq 1$

اثبات: با توجه به این که مدل (۱۶) دوآل مدل (۱۴) است لذا در جواب بهین متناهی این دو مساله دارای مقدار تابع هدف برابر می باشند لذا $\sum_{r=1}^2 k_r^* d_{ro} \leq 1$

مدل فرم مضربی را در ماهیت خروجی: مدل فرم مضربی ماهیت خروجی را برای شکل ۱ می نویسیم که مطابق رابطه (۴) می باشد. در این مدل علاوه بر کارایی مقدار وزن های بهین متناظر ورودی و خروجی های هر استیج مشخص می شود. توجه کنید کارایی هر یک از استیج ها مقید به بزرگتر مساوی یک شدن، شده اند.

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad \sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{io}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lo}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{po}^3 \\
 & \text{s.t.} \\
 & \sum_{r=1}^2 k_r d_{ro} = 1, \\
 & \sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + k_1 y_{1j} - \sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} - u_1 d_{1j} + t_0^1 \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\
 & \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 + \sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} - \sum_{r=1}^2 k_r y_{rj} + t_0^2 \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\
 & \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3 + k_2 y_{2j} - u_2 d_{2j} + t_0^3 \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\
 & \sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3 - \sum_{r=1}^2 k_r d_{rj} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\
 & k_r \geq 0, v_i^1 \geq 0, v_l^2 \geq 0, v_p^3 \geq 0, w_f \geq 0, u_s \geq 0, \quad \text{for all } r, i, l, p, f, s, \\
 & t_0^1, t_0^2, t_0^3, \text{ Free}
 \end{aligned} \tag{۱۷}$$

قضیه ۱۰- ثابت می شود که $\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{io}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lo}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{po}^3 \geq 1$

اثبات: با توجه به این که مدل (۴) دوآل مدل (۲) است لذا در جواب بهین متناهی این دو مساله دارای مقدار تابع هدف برابر $\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{io}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lo}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{po}^3 \geq 1$ می باشند لذا می توان در مدل (۱۶) تغییری در مدل سازی لحاظ کرد تا بتوان کارایی هر یک از استیج ها را هم به دست آورد. در زیر روابط ریاضی که بتوانیم به سادگی کارایی طبقات مختلف را به دست آوریم نشان داده شده است اگر e_i مقدار کارایی طبقات مختلف این زنجیره تامین باشد به سادگی و حسب روابط زیر می توانیم مقادیر این کارایی ها را به دست آوریم.

$$\text{Efficiency Stage 1} = e_1 = \frac{\sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + u_1 d_{1j} + q_0^1}{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + k_1 y_{1j}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n.$$

$$\text{Efficiency Stage 2} = e_2 = \frac{\sum_{r=1}^2 k_r y_{rj} - \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 + q_0^2}{\sum_{f=1}^2 w_f z_{fj}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n.$$

$$\text{Efficiency Stage 3} = e_3 = \frac{u_2 d_{2j} + q_0^3}{\sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3 - k_2 y_{2j}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n.$$

$$\text{Efficiency Overall} = e_o = \frac{\sum_{r=1}^2 u_r d_{rj}}{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n.$$

مدل (۱۷) را در نظر بگیرید. اساس این مدل ارزیابی بر مبنای کاهش ورودی ها است. به شرطی که کارایی ورودی محور کل زنجیره تامین به دست آید. اگر مدل (۱۶) را به صورت زیر تغییر دهیم می توان کارایی استیج ها را هم از مدل استنباط کرد. با توجه به مدل ارایه شده کارایی هر یک از استیج ها و کارایی کل شبکه به صورت زیر فرموله می شود.

توضیح این که یکی از روابط بسیار مهم در محاسبه کارایی کل سیستم استفاده از رابطه تجمعی می باشد اگر e_1 , e_2 و e_3 به ترتیب کارایی طبقات اول، دوم و سوم باشند با در نظر گرفتن رابطه تجمعی می توانیم به سادگی کارایی کل را به صورت زیر تعریف نماییم:

$$\text{Efficiency Aggregate} = e^a = \mu_1 e_1 + \mu_2 e_2 + \mu_3 e_3,$$

$$e^a = \mu_1 \frac{\sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + u_1 d_{1j} + q_0^1}{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + k_1 y_{1j}} + \mu_2 \frac{\sum_{r=1}^2 k_r y_{rj} + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 + q_0^2}{\sum_{f=1}^2 w_f z_{fj}} + \mu_3 \frac{u_2 d_{2j} + q_0^3}{\sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3 + k_2 y_{2j}} \quad j = 1, \dots, n,$$

مقادیر μ_i نشان دهنده وزن های مقادیر کارایی هر طبقه می باشند که وزن ها را به صورت زیر تعریف می کنیم که هر کسر برای هر DMU_j نسبت ورودی های مصرف شده در هر استیج به کل ورودی های مستقل (ورودی های مستقل به هر استیج از خارج سیستم ورود می کنند) سیستم است.

$$\mu_1 = \frac{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + k_1 y_{1j}}{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3} \quad j = 1, \dots, n.$$

$$\mu_2 = \frac{\sum_{f=1}^2 w_f z_{fj}}{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3} \quad j = 1, \dots, n.$$

$$\mu_3 = \frac{\sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3 + k_2 y_{2j}}{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3} = 1, \dots, n.$$

به این ترتیب ساده شده عبارت تعریف شده برای کارایی تجمعی سیستم شبکه ای معرفی شده در شکل ۱ به صورت زیر است.

$$e^a = \mu_1 e_1 + \mu_2 e_2 + \mu_3 e_3 = \frac{\sum_{f=1}^2 w_f z_{fo} + u_1 d_{1o} + u_2 d_{2o} + \sum_{r=1}^2 k_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{io}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lo}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{po}^3}, \quad j = 1, \dots, n.$$

در رابطه فوق از متغیر آزاد در علامتی که در صورت کسر پس از ساده سازی عبارت معرفی شده ایجاد می شد صرف نظر کردیم. نظر به رابطه بالا مدل (۱۸) نوشته می شود در مدل زیر هدف ماکسیمم کردن کارایی تجمعی شبکه ای است. به شرط آن که کارایی کل و کارایی هر یک از استیج ها نیز کمتر از یک باشند. مدل زیر را در نظر بگیرید.

$$\text{Max} \frac{\sum_{f=1}^2 w_f z_{fo} + u_1 d_{1o} + u_2 d_{2o} + \sum_{r=1}^2 k_r y_{ro}}{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{io}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lo}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{po}^3} \quad (18)$$

s.t.

$$\frac{\sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + u_1 d_{1j} + q_0^1}{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + k_1 y_{1j}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\frac{\sum_{r=1}^2 k_r y_{rj} + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 + q_0^2}{\sum_{f=1}^2 w_f z_{fj}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\frac{u_2 d_{2j} + q_0^3}{\sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3 + k_2 y_{2j}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\frac{\sum_{r=1}^2 u_r d_{rj}}{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\frac{\sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + u_1 d_{1j} + u_2 d_{2j} + \sum_{r=1}^2 k_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$k_r \geq 0, v_i^1 \geq 0, v_l^2 \geq 0, v_p^3 \geq 0, w_f \geq 0, u_s \geq 0, \text{ for all } r, i, l, p, f$$

$$sq_0^1, q_0^2, q_0^3 \text{ Free}$$

بعد از اعمال تغییر متغیر $h = \frac{1}{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{io}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lo}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{po}^3}$ مدل فوق که تابع هدف آن غیر خطی است را به مساله خطی تبدیل می کنیم.

به این ترتیب با اعمال تغییر متغیر بالا خواهیم داشت:

$$hk_r = k_r, hv_i^1 = v_i^1, hv_l^2 = v_l^2, hv_p^3 = v_p^3, hw_f = w_f, hu_s = u_s, \text{ for all } r, i, l, p, f, s,$$

$$hq_0^1 = q_0^1, hq_0^2 = q_0^2, hq_0^3 = q_0^3, hq = q.$$

برای سادگی در فرمول نویسی بعد اعمال تغییر متغیر از نام قبلی متغیر استفاده کرده ایم.

$$k_r \geq 0, v_i^1 \geq 0, v_l^2 \geq 0, v_p^3 \geq 0, w_f \geq 0, u_s \geq 0, \text{ for all } r, i, l, p, f, s, \\ q_0^1, q_0^2, q_0^3, q, \text{ Free}$$

به این ترتیب با توجه به این که $h > 0$ لذا بعد از اعمال تغییر متغیر تمام متغیرهای نامنفی، همچنان نامنفی باقی می ماند. از طرفی تمام متغیرهای آزاد در علامت نیز، آزاد در علامت باقی خواهند ماند. لذا بعد از اعمال تغییر متغیر خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max} \sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + u_1 d_{1j} + u_2 d_{2j} + \sum_{r=1}^2 k_r y_{rj} \\
 & \text{s. t.} \\
 & \sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{io}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lo}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{po}^3 = 1, \\
 & \sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + u_1 d_{1j} - \sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 - k_1 y_{1j} + q_0^1 \leq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\
 & \sum_{r=1}^2 k_r y_{rj} - \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 - \sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + q_0^2 \leq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\
 & u_2 d_{2j} - \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3 - k_2 y_{2j} + q_0^3 \leq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\
 & \sum_{r=1}^2 u_r d_{rj} - \sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 - \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 - \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3 \leq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\
 & \sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + u_1 d_{1j} + u_2 d_{2j} + \sum_{r=1}^2 k_r y_{rj} - \sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 - \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 - \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3 \\
 & \leq 0, \quad j = 1, \dots, n. \\
 & k_r \geq 0, v_i^1 \geq 0, v_l^2 \geq 0, v_p^3 \geq 0, w_f \geq 0, u_s \geq 0, \quad \text{for all } r, i, l, p, f, s \\
 & q_0^1, q_0^2, q_0^3 \text{ Free}
 \end{aligned} \tag{۱۹}$$

از جواب بهین حاصل از مدل فوق می‌توان کارایی کل، کارایی هر استیج و کارایی تجمعی را محاسبه کرد. تمام این مقادیر کارایی بر مبنای اعمال تغییرات روی ورودی‌ها فرموله شده‌اند. به عبارتی هم مدل‌ها در ماهیت ورودی می‌باشند. در ماهیت خروجی نیز می‌توانیم کارایی هر یک از طبقات را محاسبه کنیم در مدل (۱۹) تغییری در مدل‌سازی لحاظ کرد تا بتوان کارایی هر یک از طبقات را هم به دست آورد. مدل (۱۹) را در نظر بگیرید. اساس این مدل ارزیابی بر مبنای افزایش خروجی‌ها است. به شرطی که کارایی خروجی محور کل زنجیره‌تأمین به دست آید. فرض کنیم b_i مقدار کارایی هر یک از طبقات باشد به کمک رابط زیر می‌توانیم کارایی استیج‌ها را هم از مدل استنباط کرد. با توجه به مدل ارائه شده کارایی هر یک از استیج‌ها و کارایی کل شبکه به صورت زیر فرموله می‌شود.

$$\begin{aligned}
 \text{Efficiency Stage 1} = b_1 &= \frac{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + k_1 y_{1j} + t_0^1}{\sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + u_1 d_{1j}} \geq 1, \quad j = 1, \dots, n, \\
 \text{Efficiency Stage 2} = b_2 &= \frac{\sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + t_0^2}{\sum_{r=1}^2 k_r y_{rj} + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2} \geq 1, \quad j = 1, \dots, n, \\
 \text{Efficiency Stage 3} = b_3 &= \frac{\sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3 + k_2 y_{2j} + t_0^3}{u_2 d_{2j}} \geq 1, \quad j = 1, \dots, n, \\
 \text{Efficiency Overall} = b_o &= \frac{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3}{\sum_{r=1}^2 u_r d_{rj}} \geq 1, \quad j = 1, \dots, n,
 \end{aligned}$$

مطابق قبل می‌توان کارایی تجمعی را به صورت زیر تعریف کرد. کارایی تجمعی از مجموع وزن‌دار شده کارایی هر یک از طبقات تشکیل شده است.

$$Efficiency\ Aggregate = b^a = \delta_1 b_1 + \delta_2 b_2 + \delta_3 b_3,$$

$$b^a = \delta_1 \frac{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + k_1 y_{1j} + t_0^1}{\sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + u_1 d_{1j}} + \delta_2 \frac{\sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 + t_0^2}{\sum_{r=1}^2 k_r y_{rj}} + \delta_3 \frac{\sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3 + k_2 y_{2j} + t_0^3}{u_2 d_{2j}}, \quad j = 1, \dots, n,$$

μ_i وزن های سه طبقه می باشد و وزن ها را به صورت زیر می توانیم تعریف کنیم که هر کسر برای هر DMU_j نسبت خروجی های تولید شده در هر طبقه به کل خروجی های مستقل (خروجی های مستقل از کل سیستم تحت عنوان محصول نهایی خارج می شوند) در کل سیستم است.

$$\mu_1 = \frac{\sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + u_1 d_{1j}}{u_1 d_{1j} + u_2 d_{2j}}, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\mu_2 = \frac{\sum_{r=1}^2 k_r y_{rj}}{u_1 d_{1j} + u_2 d_{2j}}, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\mu_3 = \frac{u_2 d_{2j}}{u_1 d_{1j} + u_2 d_{2j}}, \quad j = 1, \dots, n.$$

به این ترتیب ساده شده عبارت تعریف شده برای کارایی تجمعی سیستم شبکه ای معرفی شده در شکل ۱ به صورت زیر است.

$$b^a = \delta_1 b_1 + \delta_2 b_2 + \delta_3 b_3$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + k_1 y_{1j} + \sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3 + k_2 y_{2j}}{u_1 d_{1j} + u_2 d_{2j}}, \quad j = 1, \dots, n.$$

می دانیم در مدل یاد شده هدف مینیمم کردن کارایی تجمعی شبکه ای است. به شرط آن که کارایی کل و کارایی هر یک از استیج ها نیز بیشتر از یک باشند. مدل زیر را در نظر بگیرید. در رابطه فوق از متغیر آزاد در علامتی که در صورت کسر پس از ساده سازی عبارت معرفی شده ایجاد می شد صرف نظر کردیم.

$$Mca \frac{\sum_{f=1}^2 w_f z_{fo} + u_1 d_{1o} + u_2 d_{2o} + \sum_{r=1}^2 k_r y_{ro}}{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{io}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lo}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{po}^3}, \quad (20)$$

s.t.

$$\frac{\sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + u_1 d_{1j} + q_0^1}{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + k_1 y_{1j}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\frac{\sum_{r=1}^2 k_r y_{rj} + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 + q_0^2}{\sum_{f=1}^2 w_f z_{fj}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\frac{u_2 d_{2j} + q_0^3}{\sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3 + k_2 y_{2j}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\frac{\sum_{r=1}^2 u_r d_{lj}}{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{ij}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{ij}^3} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\frac{\sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + u_1 d_{1j} + u_2 d_{2j} + \sum_{r=1}^2 k_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{ij}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{ij}^3} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$k_r \geq 0, v_i^1 \geq 0, v_l^2 \geq 0, v_p^3 \geq 0, w_f \geq 0, u_s \geq 0, \text{ for all } r, i, l, p, f, s, \\ j = 1, \dots, n$$

$$q_0^1, q_0^2, q_0^3 \text{ Free}$$

بعد از اعمال تغییر متغیر $\frac{1}{u_1 d_{1j} + u_2 d_{2j}} = c$ مدل فوق که تابع هدف آن غیر خطی است را به مساله خطی تبدیل می‌کنیم.

به این ترتیب با اعمال تغییر متغیر بالا خواهیم داشت:

$$ck_r = k_r, cv_i^1 = v_i^1, cv_l^2 = v_l^2, cv_p^3 = v_p^3, cw_f = w_f, cu_s = u_s, \\ \text{for all } r, i, l, p, f, s, \\ ct_0^1 = t_0^1, ct_0^2 = t_0^2, ct_0^3 = t_0^3, ct = t,$$

برای سادگی در فرمول نویسی بعد اعمال تغییر متغیر از نام قبلی متغیر استفاده کرده‌ایم. به این ترتیب با توجه به این‌که $c > 0$ لذا بعد از اعمال تغییر متغیر تمام متغیرهای نامنفی، همچنان نامنفی باقی می‌مانند. از طرفی تمام متغیرهای آزاد در علامت نیز، آزاد در علامت باقی خواهند ماند. لذا بعد از اعمال تغییر متغیر خواهیم داشت:

$$k_r \geq 0, v_i^1 \geq 0, v_l^2 \geq 0, v_p^3 \geq 0, w_f \geq 0, u_s \geq 0, \text{ for all } r, i, l, p, f, s, \\ t_0^1, t_0^2, t_0^3, t \text{ Free}$$

به این ترتیب بعد از ساده‌سازی مدل زیر را حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Min } & \sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{i0}^1 + k_1 y_{10} + \sum_{f=1}^2 w_f z_{f0} + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{l0}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{p0}^3 + k_2 y_{20}, \\ \text{s. t. } & u_1 d_{10} + u_2 d_{20} = 1, \\ & \sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + k_1 y_{1j} - \sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} - u_1 d_{1j} + t_0^1 \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\ & \sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 - \sum_{r=1}^2 k_r y_{rj} + t_0^2 \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\ & \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3 + k_2 y_{2j} - u_2 d_{2j} + t_0^3 \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\ & \sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3 - \sum_{r=1}^2 u_r d_{rj} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\ & \sum_{i=1}^3 v_i^1 x_{ij}^1 + k_1 y_{1j} + \sum_{f=1}^2 w_f z_{fj} + \sum_{l=1}^2 v_l^2 x_{lj}^2 + \sum_{p=1}^3 v_p^3 x_{pj}^3 + k_2 y_{2j} - u_1 d_{1j} + u_2 d_{2j} \\ & \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\ & k_r \geq 0, v_i^1 \geq 0, v_l^2 \geq 0, v_p^3 \geq 0, w_f \geq 0, u_s \geq 0, \quad \text{for all } r, i, l, p, f, s, \\ & t_0^1, t_0^2, t_0^3, \text{ Free} \end{aligned} \quad (21)$$

از جواب بهین حاصل از مدل فوق می‌توان کارایی کل، کارایی هر استیج و کارایی تجمعی را محاسبه کرد. تمام این مقادیر کارایی بر مبنای اعمال تغییرات روی خروجی‌ها فرموله شده‌اند. به عبارتی هم مدل‌ها در ماهیت خروجی می‌باشند. در فصل چهارم پیاده‌سازی مدل‌های بالا در مثال واقعی پتروشیمی صورت می‌پذیرد.

۴- مثال کاربردی در صنعت پتروشیمی

بسیاری از $DMUs$ بیش از یک مرحله دارند. برای ارزیابی عملکرد این نوع از واحدها، به کمک DEA ، نمی توان کل DMU را همانند یک جعبه سیاه در نظر گرفت بلکه می بایست به روابط درونی آن نیز توجه نمود. روش های مختلفی برای ارزیابی کارایی واحدهای چندمرحله ای ارایه شده است.

همان طور که در بخش ۳ اشاره شد دو روش متفاوت با توجه به مدل مضربی برای ارزیابی یک زنجیره تامین شامل روابط میانی و برگشت پذیر به همراه ورودی و خروجی های مستقل سیستم معرفی شد. در یکی از این دو روش بحث ارزیابی کارایی تجمعی زنجیره مد نظر بود و در روش دیگر بحث ارزیابی کارایی کلی سیستم از دو منظر ماهیت ورودی و ماهیت خروجی مدنظر بود. در هر دو حالت به ارزیابی کارایی های استیج های شبکه نیز پرداختیم. هر کدام از این روش به لحاظ تیوری ویژگی های خاص خود را دارا می باشند.

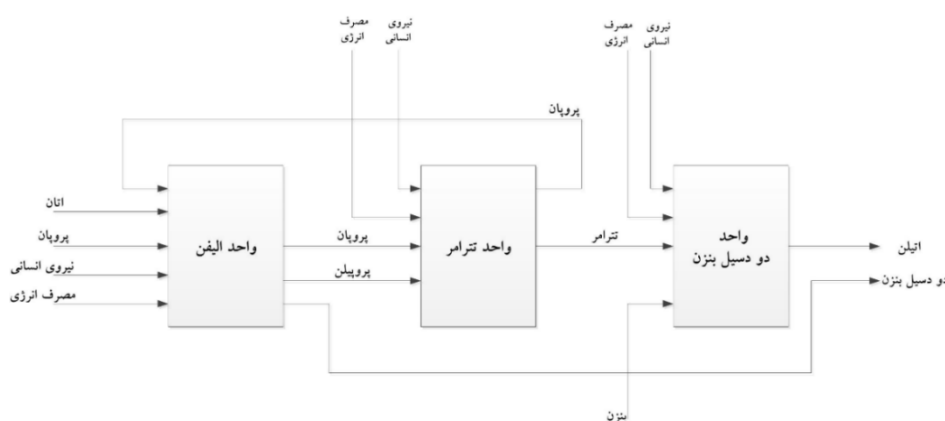
در این فصل به بررسی یک مثال کاربردی در صنعت پتروشیمی می پردازیم و هر دو رویکرد معرفی شده را در این مثال کاربردی پیاده سازی می کنیم و به ارزیابی نتایج به دست آمده خواهیم پرداخت. قسمتی از ساختار صنعت پتروشیمی استخراج گردیده است بعلاوه با توجه به مدل های معرفی شده برای ارزیابی کارایی تجمعی و کارایی کل از دو منظر ماهیت ورودی و ماهیت خروجی، نیز خواهیم پرداخت. لازم به ذکر است از مدل ماهیت ترکیبی DEA استفاده نکردیم زیرا در مثال کاربردی هدفمان مطالعه و ارزیابی نتایج به دست آمده از ماهیت ورودی و ماهیت خروجی بوده است.

۴-۱- اشکال مختلف پیاده سازی $DMUs$

یک DMU نهادی است که داده را به ستاده تبدیل می کند. در مدل DEA ، $DMUs$ باید همگن باشند و وظایف و اهداف مشابه داشته باشند. این روش مستقیماً با در نظر گرفتن نسبت ورودی های متنوع (منابع) به خروجی های متنوع تولید شده (خدمات) بهره وری را اندازه گیری می کند؛ بنابراین، متغیرهای مساله را می توان در دودسته کلی داده ها و ستاده ها تقسیم نمود. تعیین متغیرهای داده و ستاده در به کارگیری مدل DEA بسیار اهمیت دارد؛ زیرا نتایج حاصل از حل مدل DEA مبتنی بر نوع داده و ستاده های انتخابی است. به طوری که اگر یک متغیر داده یا ستاده عوض شود، نتایج مدل عوض خواهد شد.

در نتیجه اگر متغیرهای داده و ستاده درست تعریف شوند. ارزیابی کارایی DMU_{th} ، واقعی تر خواهد بود. استخراج ورودی ها و خروجی های ارزیابی که از بین مجموعه ای از شاخص ها انتخاب گردیدند در واقع مهم ترین قسمت تحقیق را به خود اختصاص داده است به این نکته مهم باید توجه داشت که اتخاذ هدف های مختلف در ارزیابی، به انتخاب شاخص های مختلف ورودی و خروجی منجر می شود.

از طرف دیگر نقش شاخص ها هشدار دادن به تصمیم گیرندگان در خصوص وجود مشکلات بالقوه یا پنهان در یک سری زمینه های خاص و یا ادامه روند مطلوب در زمینه های دیگر است. برای شناسایی شاخص ها ابتدا بایستی فرآیند کلی پتروشیمی های مختلف مورد بررسی قرار گرفت و در نهایت با هماهنگی کارشناسان مختلف خبره در این حوزه، فرآیند شکل زیر مورد تایید قرار گرفت. شکل ۶ را در نظر بگیرید.



شکل ۶- فرآیند پتروشیمی.

Figure 6- Petrochemical process.

در شکل ۶ فرآیندها در سه طبقه واحد الفین، واحد تترامر و واحد دو دسیل بنزن مشخص گردید که هر کدام از واحدها دارای وظایف مشخصی هستند که در زیر سعی می‌کنیم اهم وظایف آن‌ها را توضیح دهیم. برحسب تعریف پتروشیمی به صنایعی گفته می‌شود که در آن هیدروکربن‌های موجود در نفت خام و یا گاز طبیعی پس از فرآورش در یک سری فرآیندهای شیمیایی به فرآورده‌های جدید شیمیایی تبدیل می‌شوند. تولید محصولات پتروشیمی به گونه‌ای است که در برخی حالات یک واحد اصلی در بالادست ماده اولیه واحدهای دیگر را تولید می‌کند مانند واحد الفین که با تولید اتیلن و پروپیلن نیاز واحدهای پلی‌اتیلن و پلی‌پروپیلن را تامین می‌کند. لذا با توجه به تنوع و تفاوت فرآیندی در مجتمع‌های پتروشیمی بررسی وضعیت انرژی در هر واحد به صورت جداگانه انجام خواهد شد.

از طرفی این صنعت همانند صنایع پالایشگاهی به گونه‌ای است که در برخی واحدها نظیر الفین سوخت به عنوان خوراک مصرف می‌گردد. حامل‌های انرژی مصرفی در مجتمع‌های پتروشیمی عمدتاً گاز طبیعی و سوخت‌های فسیلی است. تولید محصولات پتروشیمی به گونه‌ای است که یک واحد اصلی در بالا دست، ماده اولیه واحدهای دیگر را تولید می‌کند، مانند واحد الفین که با تولید اتیلن و پروپیلن نیاز واحدهای پلی‌اتیلن، تترامر و پروپیل را تامین می‌کند. پس از بررسی‌های فراوان شاخص‌ها متناسب با ساختار زنجیره کامل گردید و با ریزنی‌های مختلف با تعدادی از پتروشیمی‌هایی که فرآیندهای مشابه دارند در نهایت توانسته‌ایم داده‌های از بیست واحد پتروشیمی داده‌ها را استخراج کنیم در ذیل شاخص‌ها در قالب جدول ۱ و جدول ۲ نمایش داده می‌شود:

جدول ۱- داده‌های زنجیره تامین در طبقه اول.
Table 1- Supply chain data on the first floor.

DMUs	Stage 1							
	Inputs					Intermediate		Output
	x11	x12	x13	x14	x15	Z11	Z12	d
	میزان اتان (هزار تن)	میزام پروپان (هزار تن)	تعداد دنیروی انسانی	هزینه واحد	پروپان برگشتی (هزار تن)	میزان پروپان (هزار تن)	میزان پروپلین	هزینه اتیلن (در هزار دلار)
1	620	325	64	4480	82	117	387	333650
2	540	280	73	5110	75	120	260	322500
3	720	460	123	8610	200	240	530	307500
4	120	1000	38	2660	122	147	650	81000
5	650	390	96	6720	135	170	290	43500
6	750	450	84	5880	180	260	370	427500
7	910	650	101	7070	215	370	440	562500
8	720	480	84	5880	190	320	280	450000
9	420	225	34	3480	132	217	387	433650
10	340	580	83	6110	95	320	460	622500
11	340	360	73	1610	100	140	130	207500
12	160	900	154	8660	202	127	750	61000
13	450	190	56	8720	235	270	390	83500
14	820	850	74	2880	120	160	870	327500
15	820	350	91	2070	195	470	940	862500
16	900	880	64	8880	290	120	580	750000
17	270	625	104	7480	172	470	790	733650
18	820	580	118	9110	175	460	270	522500
19	470	825	94	6480	182	570	940	807500
20	520	280	88	6110	145	120	880	765490

جدول ۲- داده‌های زنجیره تامین در طبقه دوم و سوم.

Table 2- Supply chain data at the second and third levels.

DMUs	Stage 2				Stage 3			
	input		intermediate		Inputs		Output	
	x2	x2	y	y	x3	x3	x3	d
	نیروی انسانی واحد تترامر	هزینه واحد	میزان تترامر (هزار تن)		تعداد نیروی انسانی	دو دسیل بنزن (هزار تن)	هزینه واحد	میزان بنزن (هزار تن)
1	47	3456	317	182	42	447	4536	143
2	53	3786	360	175	35	472	6543	120
3	68	4327	550	200	35	620	5674	135
4	34	5367	180	122	17	197	5413	137
5	57	4298	325	135	24	397	7654	105
6	48	3987	450	180	36	497	5672	142
7	65	4871	595	215	52	710	6437	187
8	75	5001	380	190	40	464	9254	175
9	37	5456	417	192	62	447	4536	153
10	73	2786	560	165	25	272	5543	160
11	88	8327	250	100	75	720	8674	175
12	74	2367	190	212	47	870	2413	157
13	27	8298	225	235	74	297	9654	125
14	88	9987	650	280	26	497	3672	132
15	16	6871	195	315	82	410	7437	127
16	95	2001	880	290	20	964	2254	195
17	26	9871	217	192	94	897	9654	173
18	95	8001	860	125	86	297	9672	190
19	56	2871	250	220	72	910	8437	185
20	75	4001	380	121	90	264	8254	172

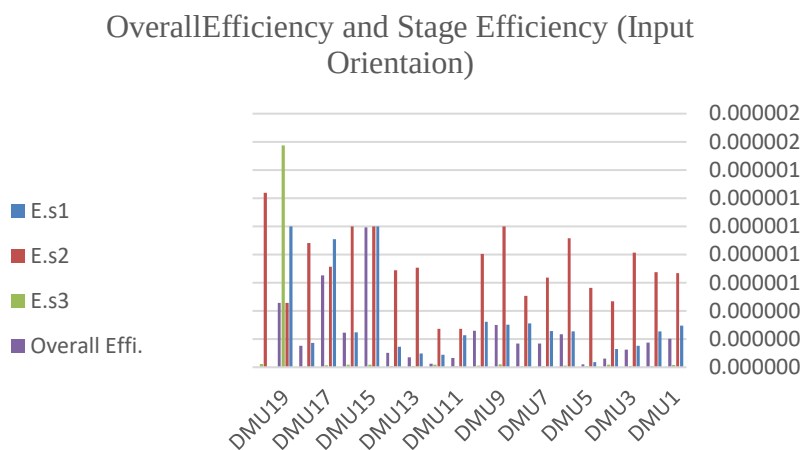
حسب داده‌های به دست آمده و روش‌های تجزیه و تحلیلی که در فصل سوم به تفصیل راجع به آن صحبت کردیم می‌توانیم تجزیه و تحلیل واحدها را انجام دهیم در جدول ۳ کارایی کل و کارایی هر یک از استیج‌ها بر اساس مدل مضربی ماهیت ورودی محاسبه شده است.

جدول ۳- نتایج بر اساس مدل مضربی ماهیت ورودی.

Table 3- Results table based on the input nature multiplier model.

DMUS	s1	s2	s3	Overall
	واحد الفین	واحد تترامر	واحد دو دسیل بنزن	کارایی کل
DMU1	0.295500	0.668100	0.016600	0.202300
DMU2	0.255500	0.675200	0.009000	0.175400
DMU3	0.153400	0.813700	0.008500	0.126100
DMU4	0.130700	0.468300	0.018400	0.062600
DMU5	0.036200	0.563200	0.006200	0.021200
DMU6	0.255200	0.914800	0.012200	0.234200
DMU7	0.256000	0.636800	0.007600	0.168800
DMU8	0.311300	0.507500	0.006600	0.168400
DMU9	0.301400	1.000000	0.020200	0.299500
DMU10	0.322100	0.804400	0.011100	0.260200
DMU11	0.226300	0.272600	0.005900	0.066600
DMU12	0.087900	0.272200	0.018700	0.025800
DMU13	0.097300	0.707500	0.010300	0.071000
DMU14	0.146100	0.688500	0.009100	0.101400
DMU15	1.000000	1.000000	0.17700	0.991900
DMU16	0.246700	1.000000	0.018100	0.245400
DMU17	0.909800	0.714100	0.014200	0.653200
DMU18	0.173200	0.881900	0.005400	0.152000
DMU19	1.000000	0.457800	1.574600	0.457000
DMU20	0.00800	0.239200	0.009800	0.012500

با نگاهی به نتایج متوجه می‌شویم واحد تحت ارزیابی ۱۵ دارای بهترین شرایط و واحد تحت ارزیابی بیستم در بدترین شرایط خود قرار دارند گراف زیر، شکل ۷، می‌تواند کارایی کل زنجیره و کارایی هر استیج را در یک نگاه به ما نشان دهد.



شکل ۷- کارایی کل زنجیره و کارایی هر استیج.

Figure 7- Efficiency of the entire chain and efficiency of each stage.

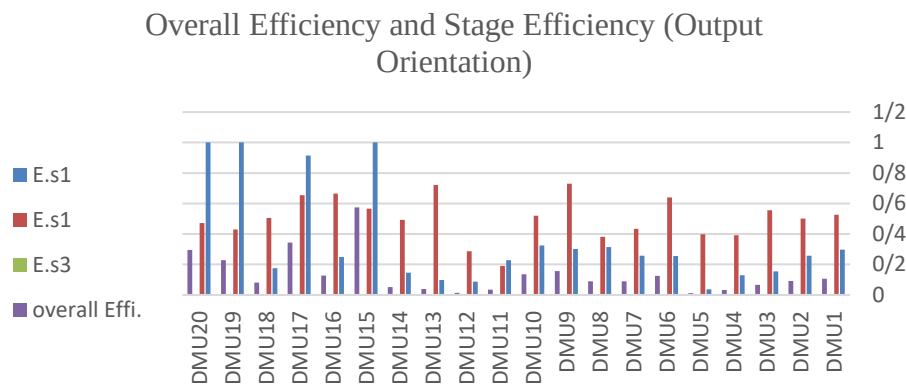
در صورتی که ارزیابی واحدها را در ماهیت خروجی مطابق با روابط فصل سوم به دست بیاوریم جدول کارایی کل و کارایی هر یک از استیج‌ها از مدل مضربی ماهیت خروجی عبارت است از

جدول ۴- نتایج بر اساس مدل مضربی ماهیت خروجی.

Table 4 - Results table based on the multiplicative model of the nature of the output.

DMUS	s1	s2	s3	Overall
	واحد الفین	واحد تترامر	واحد دو دسیل بنزن	کارایی کل
DMU1	0.297053	0.52579	0.000242	0.105361
DMU2	0.257162	0.501555	0.000211	0.091121
DMU3	0.154257	0.554847	0.000208	0.067056
DMU4	0.130305	0.392881	0.000347	0.032143
DMU5	0.035933	0.398486	0.000241	0.011208
DMU6	0.256226	0.640369	0.000243	0.125873
DMU7	0.257838	0.433388	0.000267	0.089227
DMU8	0.313607	0.380474	0.000283	0.089066
DMU9	0.302115	0.730194	0.000246	0.155698
DMU10	0.324055	0.520806	0.000298	0.13488
DMU11	0.227211	0.190647	0.000538	0.034385
DMU12	0.08791	0.287836	0.000229	0.013317
DMU13	0.097619	0.722543	0.000164	0.038245
DMU14	0.146041	0.492417	0.000146	0.052429
DMU15	1	0.566669	0.00124	0.57501
DMU16	0.248806	0.664761	0.000207	0.127915
DMU17	0.915081	0.654236	0.000275	0.344542
DMU18	0.174679	0.504999	0.000464	0.080118
DMU19	1	0.430626	0.000257	0.228352
DMU20	0.16542	0.54652	0.000245	0.34210

با نگاهی به نتایج متوجه می شویم واحد تحت ارزیابی ۱۵ دارای بهترین شرایط و واحد تحت ارزیابی ۱۲ در بدترین شرایط خود قرار دارند توجه داریم اعداد جدول فوق معکوس مقادیر به دست آمده از مدل می باشد؛ زیرا در این صورت اعداد بین صفر و یک می باشند و راحت تر می توان آن ها را با هم مقایسه کرد و از طرفی معنی کارایی نیز می دهند) گراف زیر در نظر بگیرید. از این گراف، شکل ۸، در یک نگاه می توان کارایی کل زنجیره و کارایی هر استیج را مقایسه می دهد.



شکل ۸ - کارایی کل زنجیره و کارایی هر استیج.

Figure 8- Efficiency of the entire chain and efficiency of each stage.

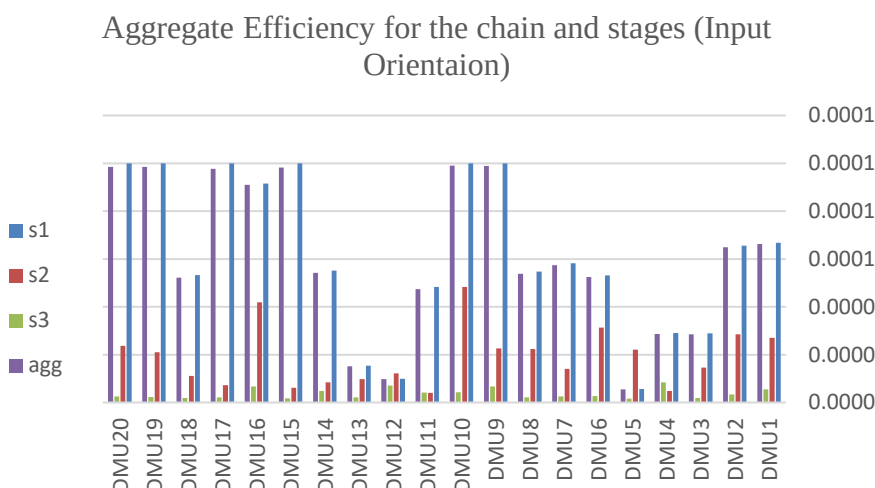
حال اگر بخواهیم از روابط مربوط به کارایی تجمعی بخواهیم ارزیابی را داشته باشیم جدول ۵ کارایی تجمعی و کارایی هر یک از استیج ها در این رویکرد از مدل مضربی ماهیت ورودی را نشان می دهند:

جدول ۵ - نتایج بر اساس کارایی تجمعی مدل مضربی ماهیت ورودی.

Table 5- Results table based on cumulative efficiency of the input nature multiplier model.

DMUs	s1	s2	s3	Agregate
	واحد الفین	واحد تترامر	واحد دو دسیل بنزن	کارایی کل
DMU1	0.6682	0.2707	0.0545	0.6618
DMU2	0.6561	0.2845	0.0334	0.6485
DMU3	0.2895	0.1452	0.0192	0.2854
DMU4	0.2899	0.0487	0.0840	0.2861
DMU5	0.0563	0.2203	0.0162	0.0553
DMU6	0.5311	0.3133	0.0273	0.5247
DMU7	0.5825	0.1402	0.0257	0.5742
DMU8	0.5470	0.2241	0.0210	0.5381
DMU9	1.0000	0.2263	0.0666	0.9884
DMU10	1.0000	0.4836	0.0424	0.9898
DMU11	0.4829	0.0403	0.0418	0.4743
DMU12	0.0995	0.1212	0.0712	0.0982
DMU13	0.1543	0.0975	0.0220	0.1509
DMU14	0.5508	0.0837	0.0487	0.5414
DMU15	1.0000	0.0615	0.0175	0.9822
DMU16	0.9156	0.4185	0.0670	0.9094
DMU17	1.0000	0.0726	0.0213	0.9770
DMU18	0.5324	0.1116	0.0186	0.5218
DMU19	1.0000	0.2100	0.0234	0.9846
DMU20	1.0000	0.2370	0.0254	0.9854

با نگاهی به نتایج متوجه می‌شویم واحد تحت ارزیابی ۱۵ دارای بهترین شرایط و واحد تحت ارزیابی پنجم در بدترین شرایط خود قرار دارند گراف زیر، شکل ۹، می‌تواند کارایی کل زنجیره و کارایی هر استیج را در یک نگاه به ما نشان دهد.



شکل ۹- کارایی تجمعی زنجیره و کارایی هر استیج.

Figure 9- Cumulative efficiency of the chain and efficiency of each stage.

حال اگر بخواهیم از روابط مربوط به کارایی تجمعی بخواهیم ارزیابی را داشته باشیم جدول ۶ کارایی تجمعی و کارایی هر یک از استیج‌ها در این رویکرد از مدل مضربی ماهیت خروجی را نشان می‌دهند:

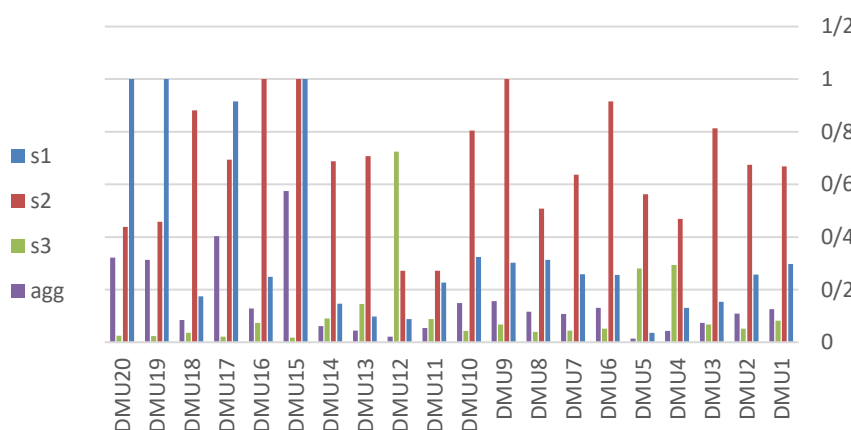
جدول ۶- نتایج بر اساس کارایی تجمعی مدل مضربی ماهیت ورودی.

Table 6- Results table based on cumulative efficiency of the input nature multiplier model.

DMUs	s1	s2	s3	Aggregate
	واحد الفین	واحد تترامر	واحد دو دسیل بنزن	کارایی کل
DMU1	0.297053	0.668047	0.082275	0.125521
DMU2	0.257162	0.675037	0.051482	0.10824
DMU3	0.154257	0.813736	0.067213	0.073573
DMU4	0.130305	0.46834	0.293703	0.043523
DMU5	0.035933	0.563095	0.280041	0.014176
DMU6	0.256226	0.914829	0.052005	0.131082
DMU7	0.257838	0.636699	0.044825	0.108016
DMU8	0.313607	0.507331	0.039077	0.116572
DMU9	0.302115	1	0.067347	0.155674
DMU10	0.324055	0.804505	0.042791	0.14906
DMU11	0.227211	0.272361	0.088062	0.053503
DMU12	0.08791	0.272087	0.724795	0.020727
DMU13	0.097619	0.706864	0.14569	0.04436
DMU14	0.146041	0.688326	0.090032	0.061836
DMU15	1	1	0.017858	0.574317
DMU16	0.248806	1	0.073677	0.127894
DMU17	0.915081	0.6943	0.021754	0.402804
DMU18	0.174679	0.881834	0.035708	0.084963
DMU19	1	0.458064	0.023763	0.312764
DMU20	1	0.438001	0.024341	0.321823

با نگاهی به نتایج متوجه می شویم واحد تحت ارزیابی ۱۵ دارای بهترین شرایط و واحد تحت ارزیابی دوازدهم در بدترین شرایط خود قرار دارند. گراف زیر می تواند کارایی کل زنجیره و کارایی هر استیج را در یک نگاه به ما نشان دهد. توجه داریم اعداد جدول فوق معکوس مقادیر به دست آمده از مدل می باشد؛ زیرا در این صورت اعداد بین صفر و یک می باشند و راحت تر می توان آن ها را باهم مقایسه کرد و از طرفی معنی کارایی نیز می دهند. گراف ارایه شده در شکل ۱۰ می توان در یک نگاه کارایی تجمعی و کارایی هر یک از استیج ها را باهم مقایسه کرد.

Aggregate Efficiency and stage efficiency (Output Orientation)



شکل ۱۰- کارایی تجمعی و کارایی هر از استیج ها.

Figure 10- Cumulative efficiency and efficiency of each stage.

۵- نتیجه گیری

با توجه به مطالعاتی که در خصوص استفاده از مدل های DEA در صنعت پتروشیمی صورت گرفته است، رقابتی شدن صنعت پتروشیمی و افزایش قدرت چانه زنی مشتریان در فضای داخلی و بین المللی، ضرورت توجه به این صنعت بسیار مهم در کشور ما که به جرات می توان گفت اقتصاد ایران بدون صنعت پتروشیمی معنی و مفهوم ندارد را نشان می دهد؛ بنابراین سنجش کارایی عملکرد واحدهای پتروشیمی و کشف نیازهای بلندمدت و کوتاه مدت آن ها از اهمیت بسیاری برخوردار است. لذا در این پژوهش در چند مرحله به شرح ذیل، کارایی و بهره وری واحدهای پتروشیمی مورد بررسی واقع شد.

در نظر گرفتن ساختار شبکه ای اندازه گیری کارایی با در نظر گرفتن روابط برگشتی از جمله اهداف مهم این مطالعه است. مساله مهم در محاسبه کارایی و استفاده از مدل شبکه ای DEA، انتخاب درست متغیرهای ورودی، میانی و خروجی و هم چنین نحوه ارتباط ابعاد مدل جهت ساخت مدل معنادار می باشد. لذا در ابتدا با توجه به مطالعات صورت گرفته ابتدا فرآیندهای سیستم تولیدی در سه طبقه واحد الفین، واحد تترامر و واحد دو دسیل بنزن مشخص گردید و متناسب با آن، شاخص های مناسب جهت سنجش کارایی و بهره وری طبقه بندی شد. در این مطالعه محدودیت های بسیاری در حین جمع آوری داده ها و اطلاعات و هم چنین تعریف شاخص های مدل و در نهایت انجام این تحقیق وجود داشت. محدودیت ناشی از عدم دسترسی به اطلاعات واحدهای پتروشیمی جهت ارزیابی عملکرد و رتبه بندی واحدها یکی از محدودیت ها در این پژوهش می باشد. هم چنین به دلیل محرمانه بودن اطلاعات و محدودیت های ایجاد شده در جمع آوری آن، از ذکر اسامی واحدهای کارا و ناکارا جلوگیری شده است. لازم به ذکر است که یافته های تحقیق تنها محدود به مدت زمان جمع آوری داده ها است و اعتبار آن دائمی نمی باشد. گذشت زمان ممکن است بر رتبه بندی واحدهای پتروشیمی تأثیر بگذارد که موجب تغییر نتایج می شود. واحدهای پتروشیمی مورد مطالعه کارایی و رتبه بندی در این پژوهش تعدادی از نتایج متفاوتی به دست می آید؛ بنابراین تعمیم یافته ها به سایر واحدها امکان پذیر نیست.

دستاوردهایی که این تحقیق می توان به موارد زیر اشاره کرد. در کشور ما تاکنون به بررسی وضعیت کارایی پتروشیمی ها از حیث عملکرد فرآیندهای تولید آن پرداخته نشده بود در این تحقیق مدیران ارشد سازمان و وزارت نفت به سادگی می توانند عارضه یابی واحدها و حتی فرآیندها را انجام دهند.

متدولوژی استفاده شده در این تحقیق می‌تواند همه پالایشگاه‌های نفت و گاز و همچنین مناطق انتقال گاز و... نیز مورد استفاده قرار بگیرد که تاکنون مورد استفاده قرار نگرفته است. شناسایی نقاط ضعف و مشکلات تولید در فرآیندهای سه‌گانه پتروشیمی به منظور کمک به حل مشکلات آن‌ها و همچنین حمایت و تشویق واحدهایی که شرایط بهتری را دارا می‌باشند.

برای مطالعات آتی بر مبنای دستاوردهای این تحقیق می‌توان به موارد زیر اشاره کرد. این متدولوژی می‌تواند در دیگر سازمان‌های وزارت نفت همانند پالایشگاه‌ها، مناطق انتقال گاز، پالایشگاه‌های گاز و... پیاده‌سازی شود. همچنین می‌توانیم ارزیابی زنجیره‌تأمین واحدهای پتروشیمی را نیز انجام دهیم. ارزیابی زنجیره‌تأمین متناسب با استراتژی این سازمان‌ها صورت پذیرد بدین صورت که ابتدا نقشه استراتژی واحدهای پتروشیمی تدوین گردد و در نهایت حسب نقشه ساختار شبکه‌ای رسم و سپس مورد ارزیابی قرار بگیرند. مدل‌سازی با در نظر گرفتن ماهیت ترکیبی مدل *SBM* برای ارزیابی کارایی کل و کارایی هر یک از مولفه‌های زنجیره انجام شود.

منابع

- [1] Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 2(6), 429–444. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0377221778901388>
- [2] Fukuyama, H., & Weber, W. L. (2010). A slacks-based inefficiency measure for a two-stage system with bad outputs. *Omega*, 38(5), 398–409. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2009.10.006>
- [3] Adler, N., & Golany, B. (2001). Evaluation of deregulated airline networks using data envelopment analysis combined with principal component analysis with an application to Western Europe. *European journal of operational research*, 132(2), 260–273. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(00\)00150-8](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(00)00150-8)
- [4] Adler, N., & Golany, B. (2002). Including principal component weights to improve discrimination in data envelopment analysis. *Journal of the operational research society*, 53(9), 985–991. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601400>
- [5] Adler, N., & Yazhemsky, E. (2010). Improving discrimination in data envelopment analysis: PCA–DEA or variable reduction. *European journal of operational research*, 202(1), 273–284. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.03.050>
- [6] Akther, S., Fukuyama, H., & Weber, W. L. (2013). Estimating two-stage network Slacks-based inefficiency: An application to Bangladesh banking. *Omega*, 41(1), 88–96. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2011.02.009>
- [7] Charnes, A., & Cooper, W. W. (1959). Chance-constrained programming. *Management science*, 6(1), 73–79. <https://doi.org/10.1287/mnsc.6.1.73>
- [8] Huang, C. W., Chiu, Y. H., Lin, C. H., & Liu, H. H. (2012). Using a hybrid systems dea model to analyze the influence of automatic banking service on commercial banks' efficiency. *Journal of the operations research society of japan*, 55(4), 209–224. https://www.jstage.jst.go.jp/article/jorsj/55/4/55_KJ00008514322/_article/-char/ja/
- [9] Huang, J., Yang, X., Cheng, G., & Wang, S. (2014). A comprehensive eco-efficiency model and dynamics of regional eco-efficiency in China. *Journal of cleaner production*, 67, 228–238. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2013.12.003>
- [10] Kuo, R. J., & Lin, Y. J. (2012). Supplier selection using analytic network process and data envelopment analysis. *International journal of production research*, 50(11), 2852–2863. <https://doi.org/10.1080/00207543.2011.559487>
- [11] Färe, R. (1991). Measuring Farrell efficiency for a firm with intermediate inputs. *Academia economic papers*, 19(2), 329–340.
- [12] Färe, R., & Grosskopf, S. (1997). Intertemporal production frontiers: with dynamic DEA. *Journal of the operational research society*, 48(6), 656. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2600779>
- [13] Fare, R., & Grosskopf, S. (2000). Network DEA. *Socio Economics Planning Science* 4 (1), 35–49. utilities. *Ecological economics*, 18(2), 161–175. [http://dx.doi.org/10.1016/S0038-0121\(99\)00012-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0038-0121(99)00012-9)
- [14] Kao, C., & Hwang, S.-N. (2008). Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: an application to non-life insurance companies in Taiwan. *European journal of operational research*, 185(1), 418–429. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.11.041>
- [15] Golany, B., & Roll, Y. (1989). An application procedure for DEA. *Omega*, 17(3), 237–250. [https://doi.org/10.1016/0305-0483\(89\)90029-7](https://doi.org/10.1016/0305-0483(89)90029-7)