

**Paper Type: Original Article**

Ranking of Decision-Making Units Using Data Envelopment Analysis under Balanced Scenarios (Optimistic, Pessimistic, and Optimal)

Niloufar Fallah^{1,*}, Mohsan Rastemi Mal Khlifeh¹, Mohammad Izadikhah², Farhad Hosseinzadeh Lotfi¹ 

¹ Islamic Azad University, Science and Research Branch, Tehran, Iran; nilooch11@yahoo.com; mohsen_rostamy@yahoo.com; farhad@hosseinzadeh.ir.

² Islamic Azad University, Arak Branch, Arak, Iran; m_izadikhah@yahoo.com.

Citation:

Fallah, N., Rastemi Mal Khlifeh, M., Izadikhah, M., & Hosseinzadeh Lotfi, F. (2026). Ranking of decision-making units using data envelopment analysis under balanced scenarios (Optimistic, pessimistic, and optimal). *Management: Modeling, analysis and applications*, 3(1), 14-30.

Received: 12/09/2025

Reviewed: 17/10/2026

Revised: 09/04/2021

Accepted: 18/03/2026

Abstract

Purpose: This paper aims to propose a balanced Data Envelopment Analysis (DEA) framework for ranking Decision Making Units (DMUs) by integrating optimistic and pessimistic efficiency evaluations. The proposed approach addresses the limited discrimination power of the classical CCR model, in which multiple DMUs may be identified as equally efficient.

Methodology: An output-oriented CCR DEA model is employed to calculate optimistic and pessimistic efficiency scores for each DMU. These two measures are then combined using a weighted-average scheme to construct a balanced efficiency index, which is used as the basis for ranking. The proposed method is validated through a numerical example involving 20 DMUs.

Findings: The results show that the balanced efficiency index provides greater discrimination among efficient DMUs than the classical DEA model. It produces more stable and realistic rankings by considering both performance potential and operational limitations. The numerical study demonstrates that the proposed framework effectively distinguishes DMUs with similar efficiency scores.

Originality/Value: The proposed framework introduces a simple yet effective ranking method that integrates optimistic and pessimistic efficiency within the conventional CCR DEA model. It enhances ranking capability without increasing computational complexity and provides a practical decision-support tool for performance evaluation and resource allocation.

Keywords: Data envelopment analysis, Ranking of decision-making units, Optimistic and pessimistic model, Balanced index.



Corresponding Author: nilooch11@yahoo.com

<https://doi.org/10.22105/mmaa.v3i1.118>

Licensee. **Management: Modeling, Analysis and Application**. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).



رتبه بندی واحدهای تصمیم گیرنده با روش تحلیل پوششی داده ها تحت سناریوهای موازنه شده

(خوش بینانه، بدبینانه و بهینه)

نیلوفر فلاح^۱، محسن رستمی مال خلیفه^۱، محمد ایزدی خواه^۲، فرهاد حسین زاده لطفی^۱

^۱ دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران.

^۲ دانشگاه آزاد اسلامی واحد اراک، اراک، ایران.

چکیده

هدف: هدف این پژوهش ارایه یک چارچوب موازنه شده مبتنی بر تحلیل پوششی داده ها^۱ برای رتبه بندی واحدهای تصمیم گیرنده^۲ از طریق تلفیق ارزیابی های خوش بینانه و بدبینانه کارایی است. این رویکرد محدودیت قدرت تفکیک مدل کلاسیک CCR را که در آن چندین واحد به طور هم زمان کارا شناخته می شوند، برطرف می کند.

روش شناسی پژوهش: در این پژوهش از مدل خروجی محور CCR برای محاسبه کارایی خوش بینانه و بدبینانه هر واحد استفاده شده است. سپس این دو معیار با استفاده از یک میانگین وزنی ترکیب شده و شاخص کارایی موازنه شده به عنوان مبنای رتبه بندی معرفی می شود. کارایی روش پیشنهادی با استفاده از یک مطالعه عددی شامل ۲۰ واحد تصمیم گیرنده ارزیابی شده است.

یافته ها: نتایج نشان می دهد که شاخص موازنه شده نسبت به مدل کلاسیک DEA قدرت تفکیک بیشتری دارد و با در نظر گرفتن هم زمان ظرفیت های عملکردی و محدودیت های عملیاتی، رتبه بندی پایدارتر و واقع بینانه تری ارایه می کند. همچنین مطالعه عددی توانایی روش پیشنهادی را در تمایز میان واحدهای دارای کارایی مشابه نشان می دهد.

اصالت / ارزش افزوده علم: نوآوری این پژوهش در ارایه یک روش ساده و کارآمد برای ترکیب ارزیابی های خوش بینانه و بدبینانه در چارچوب مدل CCR است. این روش بدون افزایش پیچیدگی محاسباتی، دقت رتبه بندی را بهبود بخشیده و ابزاری مناسب برای ارزیابی عملکرد و تخصیص منابع فراهم می آورد.

کلیدواژه ها: تحلیل پوششی داده ها، رتبه بندی واحدهای تصمیم گیرنده، مدل خوش بینانه و بدبینانه، شاخص موازنه شده.

۱- مقدمه

ارزیابی عملکرد $DMUs$ و مقایسه آن ها از منظر بهره وری، یکی از مباحث مهم در رشته های مدیریت، مهندسی صنایع و تصمیم گیری چندمعیاره است. در سال های اخیر، DEA به عنوان یک روش ناپارامتریک مبتنی بر برنامه ریزی خطی برای سنجش کارایی نسبی $DMUs$ مورد توجه گسترده محققان و مدیران قرار گرفته است [1]. DEA قادر است بدون فرض تابع تولید مشخص، با استفاده از چندین ورودی و خروجی، کارایی نسبی واحدها را محاسبه و آن ها را نسبت به مرز کارایی برآورد شده قرار دهد. مدل CCR که توسط چارلز و همکاران [1] ارایه شد، نخستین صورت رسمی DEA بود که بازده ثابت نسبت به مقیاس (CRS) را در نظر می گیرد و کارایی هر واحد را با بیشینه سازی نسبت خروجی ها به ورودی ها اندازه گیری

¹ Data Envelopment Analysis (DEA)

² Decision Making Units (DMUs)

می‌کند. در این مدل، کارایی $DMUs$ در یک مقدار بین ۰ تا ۱ قرار می‌گیرد و مقدار ۱ به معنای کارایی کامل است. با این حال، یکی از انتقادات اساسی نسبت به DEA کلاسیک این است که چندین DMU ممکن است به صورت هم‌زمان در حد کارایی کامل قرار گیرند که این امر موجب ضعف در تمایز و رتبه‌بندی دقیق می‌شود. در واقع، اگر چندین DMU مقدار کارایی برابر (معمولاً برابر با ۱) داشته باشند، نمی‌توان آن‌ها را به طور واضح و موثر مرتب کرد. در پاسخ به این محدودیت، پژوهش‌های متعددی به توسعه تکنیک‌هایی برای رتبه‌بندی کامل همه $DMUs$ پرداخته‌اند. روش‌های مختلفی نظیر $Super Efficiency$ ، $Cross-Efficiency$ و چارچوب‌های مبتنی بر وزن‌های خوش‌بینانه و بدبینانه ارایه شده‌اند تا توان تکنیک و رتبه‌بندی دقیق‌تر واحدها را فراهم کنند [2]، [3]. به طور خاص، رویکردهای خوش‌بینانه و بدبینانه تلاش می‌کنند دیدگاه‌های متفاوتی را نسبت به کارایی یک DMU لحاظ کنند: دیدگاه خوش‌بینانه به DMU اجازه می‌دهد بهترین وزن‌ها را انتخاب کند، در حالی که دیدگاه بدبینانه وضعیت بدترین ارزیابی ممکن را تحلیل می‌کند. این دو دیدگاه می‌توانند دامنه‌ای از کارایی را برای هر واحد فراهم کنند که نشان‌دهنده حداقل و حداکثر توان عملکرد آن در فضای داده‌های موجود است [4]. چنین رویکردی نه تنها موجب افزایش قدرت تمایز بین واحدهای مختلف می‌شود، بلکه نگاه جامع‌تری از عملکرد واقعی $DMUs$ ارایه می‌دهد، زیرا در دنیای واقعی، شرایط مطلوب یا نامطلوب می‌تواند نتایج ارزیابی کارایی را به طور قابل توجهی تغییر دهد. به عنوان مثال، پژوهش‌های اخیر به بهره‌گیری از ترکیب دیدگاه خوش‌بینانه و بدبینانه در رتبه‌بندی $DMUs$ پرداخته‌اند تا تعادل بین بهترین و بدترین عملکردهای ممکن را در نظر بگیرند و رتبه‌بندی‌ای عادلانه‌تر و قابل اتکاتر ارایه دهند.

با وجود توسعه گسترده روش DEA و کاربردهای فراوان آن در حوزه‌های مختلف، مساله رتبه‌بندی $DMUs$ همچنان یکی از چالش‌های اساسی در این حوزه به شمار می‌رود. مدل‌های کلاسیک DEA ، به‌ویژه مدل CCR ، عمدتاً با هدف تفکیک واحدهای کارا از ناکارا طراحی شده‌اند و نه رتبه‌بندی کامل $DMUs$. در بسیاری از کاربردهای عملی، نتایج حاصل از این مدل‌ها نشان می‌دهد که چندین واحد به طور هم‌زمان در مرز کارایی قرار می‌گیرند و مقدار کارایی برابر (معمولاً برابر با یک) به آن‌ها تخصیص داده می‌شود. این وضعیت، قدرت تصمیم‌گیری مدیران و سیاست‌گذاران را به شدت کاهش می‌دهد، چرا که امکان مقایسه دقیق و اولویت‌بندی بین واحدهای کارا فراهم نمی‌شود. در سال‌های اخیر، روش‌های مختلفی به منظور غلبه بر این محدودیت ارایه شده‌اند. برخی از این روش‌ها، مانند کارایی فوق‌العاده یا کارایی متقاطع، تلاش کرده‌اند با تغییر در ساختار مدل یا نحوه تخصیص وزن‌ها، تمایز بیشتری بین $DMUs$ ایجاد کنند. با این حال، بخش عمده‌ای از این رویکردها همچنان بر دیدگاه خوش‌بینانه استوار هستند؛ به این معنا که هر DMU مجاز است وزن‌هایی را انتخاب کند که بیشترین کارایی ممکن را برای آن رقم بزند. چنین رویکردی اگرچه در شناسایی پتانسیل‌های بالقوه واحدها مفید است، اما ممکن است تصویری بیش از حد خوش‌بینانه از عملکرد واقعی آن‌ها ارایه دهد و در شرایط تصمیم‌گیری واقعی، به نتایج گمراه‌کننده منجر شود [2].

از سوی دیگر، رویکردهای بدبینانه در DEA با هدف ارایه برآوردی محافظه‌کارانه‌تر از عملکرد $DMUs$ توسعه یافته‌اند. این رویکردها تلاش می‌کنند کارایی واحدها را تحت بدترین شرایط ممکن ارزیابی کرده و از خوش‌بینی افراطی جلوگیری کنند [5]. هرچند این دیدگاه می‌تواند ریسک تصمیم‌گیری را کاهش دهد، اما اتکای صرف به آن نیز ممکن است باعث نادیده‌گرفتن قابلیت‌ها و مزیت‌های رقابتی واقعی واحدها شود. در واقع، هیچ یک از دو دیدگاه خوش‌بینانه یا بدبینانه، به تنهایی قادر به ارایه تصویری جامع، متعادل و واقع‌بینانه از عملکرد $DMUs$ نیستند. مساله اصلی پژوهش حاضر از همین نقطه نشأت می‌گیرد: چگونه می‌توان رتبه‌بندی $DMUs$ را به گونه‌ای انجام داد که نه دچار خوش‌بینی افراطی شود و نه محافظه‌کاری بیش از حد، بلکه تعادلی منطقی میان این دو دیدگاه برقرار کند؟ این پرسش به‌ویژه در شرایطی اهمیت می‌یابد که تصمیم‌گیرندگان به دنبال رتبه‌بندی پایدار و قابل اتکا هستند؛ رتبه‌بندی‌ای که بتواند در سناریوهای مختلف تصمیم‌گیری نیز اعتبار خود را حفظ کند. اهمیت و ضرورت انجام این تحقیق زمانی آشکارتر می‌شود که در نظر گرفته شود بسیاری از تصمیم‌های مدیریتی، تخصیص منابع، ارزیابی عملکرد سازمان‌ها و مقایسه واحدها، به طور مستقیم بر نتایج رتبه‌بندی مبتنی هستند. رتبه‌بندی‌هایی که صرفاً بر یک سناریوی ارزیابی تکیه دارند، ممکن است در عمل منجر به تصمیم‌های پرریسک یا غیرمنصفانه شوند؛ بنابراین توسعه یک چارچوب رتبه‌بندی که بتواند هم‌زمان دیدگاه‌های خوش‌بینانه، بدبینانه و یک حالت موازنه‌شده را لحاظ کند، می‌تواند نقش مهمی در ارتقای کیفیت تصمیم‌گیری ایفا نماید. مرور ادبیات پژوهش نشان می‌دهد که اگرچه مطالعاتی به بررسی کارایی خوش‌بینانه و بدبینانه پرداخته‌اند، اما اغلب آن‌ها یا این دو دیدگاه را به صورت جداگانه تحلیل کرده‌اند، یا فاقد یک سازوکار شفاف و ساختاریافته برای ترکیب و موازنه نتایج حاصل از سناریوهای مختلف در قالب یک رتبه‌بندی نهایی بوده‌اند [3]. به بیان دیگر، شکاف اصلی پژوهشی در نبود رویکردی است که بتواند با تکیه بر مدل DEA کلاسیک، به طور هم‌زمان هر سه سناریوی خوش‌بینانه، بدبینانه و بهینه (موازنه‌شده) را در فرایند رتبه‌بندی $DMUs$ لحاظ کند و خروجی‌ای قابل تفسیر و کاربردی ارایه دهد. بر این اساس، نوآوری اصلی پژوهش حاضر در ارایه یک روش رتبه‌بندی موازنه‌شده برای $DMUs$ مبتنی بر مدل DEA خروجی‌محور CCR نهفته است؛ روشی که با محاسبه کارایی $DMUs$ تحت سناریوهای

خوش‌بینانه و بدبینانه و ترکیب هدفمند این نتایج در قالب یک شاخص موازنه‌شده، امکان رتبه‌بندی دقیق‌تر، پایداری و واقع‌بینانه‌تر واحدها را فراهم می‌سازد. در نهایت، هدف اصلی این تحقیق ارایه چارچوبی جدید برای رتبه‌بندی *DMUs* است که ضمن حفظ سادگی و قابلیت اجرایی مدل *CCR* بتواند محدودیت‌های رتبه‌بندی مبتنی بر یک سناریوی واحد را برطرف کرده و ابزاری موثرتر برای پشتیبانی از تصمیم‌گیری‌های مدیریتی ارایه دهد. ساختار ادامه این مقاله به این ترتیب است که در بخش دوم، مروری بر ادبیات پژوهش‌های مرتبط با رتبه‌بندی در *DEA* ارایه می‌شود. بخش سوم به تشریح مدل‌های ریاضی مورد استفاده برای سنجش کارایی در سناریوهای خوش‌بینانه، بدبینانه و موازنه‌شده اختصاص دارد. در بخش چهارم، یک مطالعه عددی به‌عنوان مثال کاربردی ارایه می‌شود و نهایتاً در بخش پنجم، نتایج کلی و پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آینده ارایه خواهد شد.

۲- ادبیات پژوهش

با توجه به توسعه گسترده *DEA* و کاربردهای متنوع آن، پژوهش‌های متعددی به بررسی کارایی و رتبه‌بندی *DMUs* پرداخته‌اند. با این حال، رویکردهای ارایه‌شده در ادبیات را می‌توان به‌طور کلی در چند دسته متمایز طبقه‌بندی کرد. این طبقه‌بندی کمک می‌کند جایگاه پژوهش حاضر و نوآوری آن به‌صورت شفاف‌تر مشخص شود.

۲-۱- مدل‌های کلاسیک *DEA* و محدودیت‌های آن‌ها در رتبه‌بندی

DEA یکی از شناخته‌شده‌ترین روش‌ها برای سنجش کارایی نسبی *DMUs* است و به‌ویژه مدل *CCR* معرفی‌شده توسط چارلز و همکاران [1] را می‌توان به‌عنوان نقطه آغاز این حوزه دانست. مدل *CCR* با فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس (*CRS*) و هدف بیشینه‌سازی نسبت وزن‌دار خروجی‌ها به وزن‌دار ورودی‌ها، امکان مقایسه کارایی واحدها را فراهم می‌سازد و به‌طور گسترده در ارزیابی عملکرد در زمینه‌های مختلف کاربرد دارد. با وجود سادگی و توانایی مدل *CCR* در تشخیص کارایی نسبی، یکی از مهم‌ترین نقدهای وارده بر این مدل ضعف آن در رتبه‌بندی کامل واحدهای کارا است. در بسیاری از مطالعات مشاهده شده که تعداد قابل توجهی از *DMUs* می‌توانند امتیاز کارایی برابر با ۱ (یا ۱۰۰٪) دریافت کنند؛ به‌طوری‌که به دلیل انعطاف زیاد در تخصیص وزن‌ها، چندین واحد در مرز کارایی قرار می‌گیرند اما تمایز مناسبی بین آن‌ها وجود ندارد [6]. برای مثال، در برخی کاربردهای واقعی نزدیک به یک‌پنجم از واحدها ممکن است به‌صورت هم‌زمان کارا شناخته شوند و این امر رتبه‌بندی دقیق را عملاً غیرممکن سازد [2].

ضعف قدرت تمایز مدل *CCR* ناشی از چند عامل است:

۱. انعطاف بیش‌ازحد در انتخاب وزن‌ها: با توجه به اینکه وزن‌ها در مدل *CCR* برای هر واحد به‌طور مستقل و بر اساس بیشینه‌سازی کارایی تعیین می‌شوند، ممکن است وزن‌هایی انتخاب شوند که جایگاه واقعی عملکرد واحدها را به‌طور دقیق منعکس نکنند [7].
۲. موضوع ابعاد داده‌ها: زمانی که تعداد ورودی‌ها و خروجی‌ها زیاد باشد یا تعداد *DMUs* نسبتاً کم باشد، قدرت تمایز و تفکیک مدل کاهش یافته و اغلب *DMUs* تعیین‌کننده مرز کارایی می‌شوند [8].
۳. وجود وزن‌های بهینه نامحدود یا چندگانگی وزن‌ها: حتی در وضعیتی که واحدها روی مرز کارایی قرار دارند، مجموعه وزن‌های بهینه ممکن است پیوسته باشند و این مساله موجب ابهام در نحوه تفسیر نتایج و رتبه‌بندی می‌شود [9].

در ادبیات *DEA*، رویکردهای متعددی برای مقابله با این ضعف معرفی شده‌اند؛ از جمله اعمال کران‌های وزن‌ها، استفاده از روش‌های قدرت تفکیک افزوده (مثل *SBM* یا افزودن قیدهای وزن)، یا توسعه مدل‌های رتبه‌بندی ثانویه مانند *Cross-Efficiency* و *Super-Efficiency*. با این حال این روش‌ها هر یک خود دارای محدودیت‌هایی هستند؛ به‌عنوان نمونه تعیین کرانه‌های مناسب برای وزن‌ها نیازمند پیش‌فرض‌های تصمیم‌گیری است که ممکن است از جانب تحلیل‌گر داوری ذهنی محسوب شود، یا در مدل‌های *Super-Efficiency* امکان مواجهه با مساله ناممکن وجود دارد. برخی مطالعات جدید تلاش کرده‌اند از شاخص‌های ترکیبی و روش‌های داده‌محور برای افزایش توان تمایز بهره ببرند. مثلاً روش *CI-DEA* که بر مبنای ایجاد شاخص‌های ترکیبی برای ورودی و خروجی‌ها است، قدرت تفکیک را در داده‌های با ابعاد بالا افزایش می‌دهد بدون وابستگی مستقیم به تفکیک وزن‌ها [8]. با این حال، ادبیات موضوع غالباً بر این نکته تأکید دارد که حتی با این اصلاحات، مدل‌های کلاسیک مانند *CCR* به‌تنهایی برای

رتبه‌بندی دقیق *DMUs* کافی نیستند و نیاز به توسعه روش‌هایی که بتوانند نتایج حاصل از سناریوهای مختلف را در یک چارچوب موازنه‌شده ترکیب کنند، احساس می‌شود.

۲-۲- روش‌های توسعه‌یافته برای رتبه‌بندی *DMUs*

در پاسخ به محدودیت‌های مدل‌های کلاسیک *DEA*، پژوهشگران روش‌های متعددی را برای افزایش توان تمایز و رتبه‌بندی دقیق *DMUs* پیشنهاد کرده‌اند. یکی از پرکاربردترین این روش‌ها، کارایی فوق‌العاده (*Super Efficiency*) است. این روش که ابتدا توسط اندرسن و پترسن [10] معرفی شد، با حذف *DMU* مورد ارزیابی از مجموعه مرجع، امکان تعیین رتبه دقیق واحدهای کارا را فراهم می‌کند. به عبارت دیگر، در *Super Efficiency*، هر واحد کارا می‌تواند امتیاز کارایی بزرگ‌تر از یک کسب کند که این امکان را برای رتبه‌بندی فراهم می‌آورد. با وجود مزایای قابل توجه، این روش در برخی شرایط با مشکلاتی نظیر ناپایداری مدل، حساسیت به داده‌های پرت و عدم امکان حل مدل مواجه می‌شود [11]، [12]. این محدودیت‌ها به‌ویژه در داده‌های با تعداد کم *DMU* و یا تنوع بالا در ورودی‌ها و خروجی‌ها نمایان می‌شود. روش دیگری که به‌طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته، کارایی متقاطع (*Cross-Efficiency*) است که توسط سکستون و همکاران [13] معرفی شد. در این روش، علاوه بر ارزیابی خود هر *DMU* بر اساس وزن‌های بهینه آن، ارزیابی‌های متقابل با استفاده از وزن‌های بهینه سایر واحدها نیز لحاظ می‌شود. این کار موجب می‌شود هر *DMU* علاوه بر امتیاز خوش‌بینانه خود، یک امتیاز میانگین از ارزیابی سایر واحدها دریافت کند که قدرت تمایز بالاتری ایجاد می‌کند. با این حال، *Cross-Efficiency* نیز با محدودیت‌هایی همراه است؛ مهم‌ترین آن وابستگی شدید به ساختار وزن‌ها و عدم یکتایی نتایج است [2]. علاوه بر این، این روش اغلب ناپایداری و تغییرات قابل توجه در رتبه‌بندی را در مواجهه با داده‌های غیرهمگن نشان می‌دهد. پژوهش‌های اخیر تلاش کرده‌اند این محدودیت‌ها را با ترکیب *Super Efficiency* و *Cross-Efficiency* یا اعمال کران‌های وزن کاهش دهند [14]. به‌عنوان مثال، مدل‌های وزن محدودشده به واحدها اجازه نمی‌دهند وزن‌هایی انتخاب کنند که تصویر عملکرد واقعی آن‌ها را بیش از حد بهینه جلوه دهد. با این حال، مرور ادبیات نشان می‌دهد که بخش عمده‌ای از این رویکردها همچنان تنها بر یک دیدگاه خوش‌بینانه یا بدبینانه تمرکز دارند و قادر به انعکاس دامنه واقعی عملکرد *DMUs* در شرایط متغیر و غیرقطعی نیستند [3].

۲-۳- رویکردهای خوش‌بینانه در *DEA*

رویکرد خوش‌بینانه در *DEA* که مبنای مدل‌های کلاسیک این روش محسوب می‌شود، بر این فرض استوار است که هر *DMU* مجاز است وزن‌هایی را انتخاب کند که بهترین عملکرد ممکن را برای آن به نمایش بگذارد. این دیدگاه به تحلیلگران اجازه می‌دهد پتانسیل‌های بالقوه هر واحد را شناسایی کنند و نقاط قوت آن را در ارزیابی عملکرد لحاظ نمایند [1]. بسیاری از مطالعات رتبه‌بندی و تحلیل کارایی، چه به‌صورت صریح و چه ضمنی، از همین رویکرد بهره برده‌اند تا واحدهای الگویی یا مرجع را مشخص کنند و امکان مقایسه *DMUs* با استانداردهای ایده‌آل فراهم گردد [12]، [15]. با این حال، پژوهش‌های اخیر نشان داده‌اند که اتکای صرف به دیدگاه خوش‌بینانه می‌تواند منجر به بزرگ‌نمایی کارایی برخی *DMUs* شود، به‌ویژه در شرایطی که داده‌ها دارای پراکندگی زیاد، عدم تقارن یا وجود نویز باشند [14]، [16]. برای مثال، روجیرو [16] نشان داده است که مدل‌های سنتی *DEA* در داده‌های ناپایدار یا محیط‌های غیرایده‌آل، قادر به تفکیک دقیق بین واحدهای واقعا کارآمد و واحدهایی که صرفاً از انتخاب وزن بهینه بهره برده‌اند، نیستند. این محدودیت‌ها باعث شده است که محققان به رویکردهای محافظه‌کارانه یا بدبینانه در *DEA* توجه بیشتری نشان دهند [3]. برای نخستین بار مفهوم *DEA* بدبینانه (*BDEA*) را معرفی کرد که در آن واحدها نه تنها بر اساس بهترین شرایط بلکه با در نظر گرفتن بدترین عملکرد ممکن ارزیابی می‌شوند. این رویکرد، علاوه بر کاهش احتمال بزرگ‌نمایی کارایی، امکان شناسایی ریسک‌ها و نقاط ضعف پنهان در عملکرد واحدها را فراهم می‌کند. مطالعات بعدی نیز نشان داده‌اند که ترکیب دیدگاه خوش‌بینانه و بدبینانه، که به آن گاه *DEA* دوطرفه یا *Bipolar DEA* گفته می‌شود، چارچوبی جامع‌تر برای ارزیابی عملکرد فراهم می‌آورد [11]. برخی پژوهش‌های کاربردی نیز نشان داده‌اند که در محیط‌های پیچیده و ناپایدار، مانند سازمان‌های بزرگ، صنایع با نوسان شدید بازار و سیستم‌های خدماتی، استفاده از *DEA* خوش‌بینانه به‌تنهایی می‌تواند منجر به تصمیم‌گیری نادرست و تخصیص منابع غیرکارآمد شود، درحالی‌که ترکیب آن با دیدگاه محافظه‌کارانه تصویر واقعی‌تری از توانمندی‌ها و محدودیت‌های *DMUs* ارائه می‌کند [17]، [18].

۲-۴- رویکردهای بدبینانه در DEA

در مقابل دیدگاه خوش بینانه، رویکرد بدبینانه در DEA بر ارزیابی عملکرد در بدترین حالت ممکن تمرکز دارد و تلاش می کند تصویری محافظه کارانه تر و واقع بینانه تر از توانمندی DMUs ارائه دهد. در این چارچوب، کارایی واحدها به گونه ای محاسبه می شود که کمترین امتیاز ممکن به آن ها تخصیص یابد و بنابراین احتمال بزرگ نمایی عملکرد کاهش می یابد. این رویکرد به ویژه در محیط هایی که تصمیم گیری با ریسک بالا و منابع محدود انجام می شود، مفید است، زیرا اطلاعات محافظه کارانه آن به مدیران کمک می کند تا ریسک های بالقوه و محدودیت های عملیاتی را پیشاپیش شناسایی کنند [17]. تحقیقات نشان داده اند که رویکرد بدبینانه می تواند در شناسایی DMU هایی که ممکن است در شرایط ایده آل عملکرد خوبی نشان دهند اما در مواجهه با شرایط نامطلوب آسیب پذیر هستند، نقش کلیدی داشته باشد [14]، [15]. برای مثال، عزیزی [19] نشان داد که در صنایع پرنوسان، استفاده از DEA بدبینانه به مدیران این امکان را می دهد که تصمیمات استراتژیک محافظه کارانه تر اتخاذ کنند و منابع را به صورت کم ریسک تخصیص دهند. با وجود مزایای این دیدگاه، پژوهشگران تاکید دارند که استفاده انحصاری از رویکرد بدبینانه نیز محدودیت هایی دارد. این رویکرد می تواند توانمندی های بالقوه و نقاط قوت واقعی DMUs را نادیده بگیرد و در نتیجه رتبه بندی های صرفا بدبینانه ممکن است تصویر کاملی از کارایی واقعی ارائه ندهند [18]، [16]. بنابراین، همانند دیدگاه خوش بینانه، رویکرد بدبینانه نیز به تنهایی برای ارزیابی جامع و منصفانه کافی نیست. این محدودیت ها موجب شده است که پژوهشگران به استفاده از مدل های ترکیبی خوش بینانه و بدبینانه یا DEA دوطرفه (Bipolar DEA) روی آورند، تا تصویری متوازن از عملکرد واقعی DMUs ارائه شود که هم پتانسیل های بالقوه را نشان دهد و هم ریسک ها و محدودیت ها را در نظر بگیرد [11].

جدول ۱- جدول مرور ادبیات پژوهش.

Table 1- Research literature review table.

شماره	نویسنده	موضوع/حوزه پژوهش	روش DEA به کاررفته	نوع رویکرد	محدودیت ها/یافته های کلیدی	ارتباط با پژوهش حاضر
1	اورکو و همکاران [3]	رتبه بندی DMUs در صنایع خدماتی	DEA + Cross Efficiency	خوش بینانه و بدبینانه	ارایه مدل ترکیبی برای رتبه بندی کامل، کاهش همپوشانی DMU های کارا	پایه ریزی مدل موازنه شده در تحقیق حاضر
2	جهانشاهلو و همکاران [20]	رتبه بندی عادلانه DMUs	DEA CCR	خوش بینانه و بدبینانه	تاکید بر وزن های بهینه برای جلوگیری از خوش بینی بیش از حد	الهام از روش وزن های خوش بینانه/بدبینانه
3	وانگ و همکاران [21]	عملکرد کلی DMUs	DEA با میانگین هندسی	ترکیبی	میانگین هندسی کارایی خوش بینانه و بدبینانه، افزایش تفکیک	تقویت شاخص موازنه شده پیشنهادی
4	عزیزی و آجرلو [22]	سنجش کارایی کلی	DEA با مرز ایده آل و ضدایده آل	خوش بینانه و بدبینانه	ارایه مرز دوگانه، تحلیل بازه ای	الهام برای ترکیب سناریوها
5	عزیزی [19]	کارایی بازه ای	DEA CCR	خوش بینانه و بدبینانه	بازه کارایی بین بهترین و بدترین عملکرد	استفاده از شاخص بازه ای در موازنه
6	انتانی و همکاران [23]	DEA با مرز دوگانه	DEA Double Frontier	ترکیبی	هم زمان خوش بینانه و بدبینانه	مدل پایه برای DEA موازنه شده
7	سینگ و یاداو [24]	DEA فازی در صنایع تولیدی	Fuzzy DEA	خوش بینانه و بدبینانه	ترکیب چند هدف و بازه های فازی	نشان دهنده قابلیت تعمیم مدل پیشنهادی
8	پاککار [25]	رتبه بندی چندمعیاره	Hybrid AHP+GRA+DEA	خوش بینانه و بدبینانه	ادغام چند روش، ایجاد شاخص موازنه شده	الگوبرداری برای ترکیب سناریوها
9	وانگ و لو [26]	بازده کلی DMUs	DEA Double Frontier	خوش بینانه و بدبینانه	تعیین مرزهای ایده آل و ضدایده آل	پشتیبانی از سناریوهای موازنه شده
10	مو و همکاران [27]	ارزیابی بازه ای	Interval DEA	ترکیبی	لحاظ خوش بینی و بدبینی، پایداری بهتر	الگوبرداری برای شاخص موازنه شده

جدول ۱- ادامه.
Table 1- Continued.

شماره	نویسنده	موضوع/حوزه پژوهش	روش DEA به کار رفته	نوع رویکرد	محدودیت‌ها/یافته‌های کلیدی	ارتباط با پژوهش حاضر
11	هلادیک [28]	رتبه‌بندی مقاوم	Robust DEA	ترکیبی	افزایش پایداری رتبه‌بندی در مواجهه با عدم قطعیت	تقویت اعتبار سناریوهای موازنه‌شده
12	خدابخشی و آریاوش [29]	رتبه‌بندی DMUs	DEA CCR	خوش‌بینانه و بدبینانه	ترکیب حداقل و حداکثر کارایی	استفاده از روش حداقل و حداکثر در پژوهش حاضر
13	وانگ و چین [30]	عملکرد کلی DMUs	DEA Double Frontier	ترکیبی	گسترش مرز دوگانه	پایه برای مدل موازنه‌شده
14	تالی و همکاران [31]	Slack-based DEA	DEA + Slack-based measures	ترکیبی	ترکیب slack-based و سناریوهای خوش‌بین/بدبین	بهبود تفکیک DMU های کارا
15	پوریکتا و مقبولی [32]	تعیین وزن مشترک	Interval DEA	ترکیبی	تعیین مجموعه وزن‌های مشترک برای پایداری	الگوبرداری برای شاخص موازنه‌شده
16	خدابخشی و همکاران [33]	DEA فازی	Fuzzy DEA	خوش‌بینانه و بدبینانه	تحلیل تراکم منابع و کارایی	استفاده در شرایط عدم قطعیت داده‌ها
17	چارنز و همکاران [1]	مدل پایه CCR	DEA CCR	خوش‌بینانه	پایه مدل DEA، معرفی مرز کارایی	پایه نظری کل مقاله
18	آدلر و همکاران [2]	Cross-efficiency	DEA CCR + Cross Efficiency	خوش‌بینانه	افزایش تفکیک DMUs، اما حساس به وزن‌ها	الگوبرداری برای ترکیب کراس-کارایی
19	امروزنژاد و یانگ [14]	DEA فازی و هیبرید	Fuzzy DEA	ترکیبی	مرور روش‌های هیبریدی، ترکیب خوش‌بینی و بدبینی	تاکید بر اهمیت ترکیب سناریوها
20	کوک و همکاران [11]	DEA: Handbook	DEA	خوش‌بینانه و بدبینانه	مرجع جامع شامل همه اصلاحات DEA	استفاده به عنوان منبع پایه و مرجع

با وجود پیشرفت‌های قابل توجه در DEA و توسعه روش‌های رتبه‌بندی DMUs، مرور ادبیات نشان می‌دهد که اغلب مطالعات به یکی از دو رویکرد خوش‌بینانه یا بدبینانه محدود شده‌اند و تنها تعداد کمی از پژوهش‌ها تلاش کرده‌اند این دو دیدگاه را به صورت هم‌زمان و در قالب یک چارچوب یکپارچه مورد بررسی قرار دهند [3]. رویکردهای خوش‌بینانه با تمرکز بر بیشینه‌سازی کارایی، پتانسیل واقعی واحدها را برجسته می‌کنند اما ممکن است تصویر اغراق‌آمیز از عملکرد ارایه دهند، درحالی‌که رویکردهای بدبینانه محافظه‌کارانه عمل کرده و ریسک‌های احتمالی را در نظر می‌گیرند اما ممکن است توانمندی‌های بالقوه را نادیده بگیرند [17]. بنابراین، پژوهش‌های موجود غالباً فاقد یک روش منسجم برای ترکیب نتایج حاصل از هر دو دیدگاه هستند و این موضوع به‌ویژه در محیط‌های پیچیده و ناپایدار، محدودیت قابل توجهی در اعتبار و قابلیت اتکای رتبه‌بندی‌ها ایجاد می‌کند. نوآوری پژوهش حاضر در ارایه یک چارچوب موازنه‌شده برای رتبه‌بندی DMUs مبتنی بر مدل DEA CCR نهفته است که هم‌زمان سناریوهای خوش‌بینانه و بدبینانه را در یک شاخص ترکیبی لحاظ می‌کند. این چارچوب، با محاسبه کارایی DMUs در بهترین و بدترین شرایط ممکن و سپس ادغام هدفمند نتایج، امکان رتبه‌بندی دقیق‌تر، پایدارتر و واقع‌بینانه‌تر واحدها را فراهم می‌سازد. از دیگر ویژگی‌های نوآورانه این تحقیق، قابلیت تعمیم و سازگاری با انواع محیط‌های تصمیم‌گیری و افزایش توان تفکیک DMU های کارا است، بدون آنکه پیچیدگی مدل‌های سنتی Super Efficiency یا Cross Efficiency را به همراه داشته باشد. این رویکرد، ضمن حفظ سادگی مدل CCR، شکاف موجود در ادبیات پژوهش را پر کرده و ابزار عملی و معتبرتری برای پشتیبانی از تصمیم‌گیری‌های مدیریتی ارایه می‌دهد.

۳- روش شناسی تحققی

هدف از این بخش ارایه چارچوب روش‌شناسی پژوهش است که به بررسی و رتبه‌بندی DMUs با استفاده از DEA می‌پردازد. در این پژوهش، برای هر DMU سه سناریو مورد ارزیابی قرار می‌گیرد: سناریوی خوش‌بینانه، سناریوی بدبینانه و سناریوی موازنه‌شده. سناریوی خوش‌بینانه کارایی واحدها را در بهترین شرایط ممکن و با بیشینه‌سازی نسبت خروجی‌ها به ورودی‌ها ارزیابی می‌کند، درحالی‌که سناریوی بدبینانه، حداقل کارایی ممکن را با لحاظ بدترین شرایط محاسبه می‌کند. ترکیب این دو دیدگاه در سناریوی موازنه‌شده امکان ارایه تصویری جامع‌تر، واقع‌بینانه‌تر و پایدارتر از عملکرد واقعی DMUs را فراهم می‌آورد و قدرت تصمیم‌گیری مدیران را در محیط‌های پیچیده و پرنسب افزایش می‌دهد. نوآوری اصلی پژوهش حاضر در

این است که برخلاف مطالعات پیشین که غالباً به تحلیل یک سناریو محدود بوده اند، مدل پیشنهادی با تلفیق نتایج خوش بینانه و بدبینانه یک شاخص موازنه شده ایجاد می کند. این شاخص هم زمان نقاط قوت بالقوه و محدودیت های واقعی $DMUs$ را در نظر می گیرد و امکان رتبه بندی دقیق، پایدار و عادلانه واحدها را فراهم می سازد. به این ترتیب، روش شناسی تحقیق نه تنها بر پایه مدل DEA کلاسیک CCR استوار است، بلکه محدودیت های موجود در روش های سنتی رتبه بندی را با ارایه یک چارچوب یکپارچه و قابل اجرا رفع می کند و راهکاری عملی برای تصمیم گیری مدیریتی ارایه می دهد.

۳-۱- مدل DEA کلاسیک CCR

مدل CCR یکی از نخستین و پرکاربردترین مدل های DEA است که برای سنجش کارایی نسبی $DMUs$ با فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس (CRS) طراحی شده است. هدف مدل CCR بیشینه سازی نسبت وزن دار خروجی ها به وزن دار ورودی ها برای هر DMU است، به گونه ای که کارایی هر واحد در بازه $[0,1]$ قرار گیرد و مقدار ۱ نشان دهنده کارایی کامل باشد. این مدل امکان مقایسه نسبی عملکرد واحدها را بدون نیاز به تعریف تابع تولید مشخص فراهم می کند.

فرض کنید n واحد تصمیم گیرنده، m ورودی و s خروجی وجود دارد. هر DMU دارای یک بردار ورودی $X_j = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})$ و بردار خروجی $Y_j = (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj})$ است و هدف ما بیشینه سازی کارایی DMU مورد بررسی) مثلاً DMU_0 است. کارایی نسبی θ_0 با استفاده از وزن های خروجی u_r و وزن های ورودی v_i محاسبه می شود.

$$\theta_0 = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}}$$

محدودیت ها و شرایط مدل CCR به صورت زیر است:

۱. برای هر $DMU j = 1, 2, \dots, n$ ، نسبت خروجی به ورودی نباید از ۱ بیشتر شود:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1.$$

۲. تمام وزن ها غیر منفی هستند:

$$u_r \geq 0, r = 1, 2, \dots, s.$$

$$v_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m.$$

برای حل مدل به صورت خطی، معمولاً صورت کسری فوق به فرم خطی زیر تبدیل می شود (با نرمال سازی جمع وزن های ورودی به ۱):

$$\begin{aligned} & \text{Maximize} \sum_{r=1}^s u_r y_{r0}, \\ & \text{s. t.} \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1,$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, j = 1, \dots, n,$$

$$u_r \geq 0, v_i \geq 0.$$

در این مدل، وزن‌های u_r و v_i به صورت بهینه انتخاب می‌شوند تا کارایی هر DMU بیشینه شود، بدون آنکه کارایی سایر واحدها از ۱ تجاوز کند. با این روش، هر DMU می‌تواند بهترین نسبت ممکن خروجی به ورودی را نشان دهد، اما همان‌طور که در بخش مقدمه و ادبیات توضیح داده شد، این انعطاف بیش از حد وزن‌ها باعث می‌شود چندین DMU هم‌زمان کارا شناخته شوند و قدرت تمایز کاهش یابد.

۳-۲- مدل خوش‌بینانه (Optimistic DEA)

مدل خوش‌بینانه DEA که اغلب به آن $Optimistic DEA$ گفته می‌شود، مبتنی بر همان چارچوب کلاسیک CCR است، با این تفاوت که تمرکز آن بر بیشینه‌سازی کارایی هر DMU تحت بهترین شرایط ممکن است. در این رویکرد، هر DMU قادر است وزن‌هایی را انتخاب کند که بیشترین مزیت را برای آن واحد فراهم کرده و کارایی آن را نسبت به سایر واحدها به حداکثر برساند. این سناریو به خوبی پتانسیل‌ها و نقاط قوت بالقوه $DMUs$ را مشخص می‌کند و تصویری از عملکرد ایده‌آل هر واحد ارائه می‌دهد.

فرض کنید n واحد تصمیم‌گیرنده، m ورودی و s خروجی وجود دارد و می‌خواهیم کارایی DMU_0 را تعیین کنیم. کارایی خوش‌بینانه (θ_0^o) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\theta_0^o = \max_{u,v} \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}}.$$

محدودیتهای مدل خوش‌بینانه:

۱. نسبت خروجی به ورودی برای همه $DMUs$ نباید از ۱ بیشتر شود:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n.$$

۲. وزن‌ها غیرمنفی هستند:

$$\begin{aligned} u_r &\geq 0, r = 1, \dots, s, \\ v_i &\geq 0, i = 1, \dots, m. \end{aligned}$$

برای حل خطی این مدل، همانند CCR ، می‌توان صورت کسری را به فرم خطی زیر تبدیل کرد (نرمال‌سازی جمع ورودی‌ها به ۱):

$$\begin{aligned} \text{Maximize } Z_0^o &= \sum_{r=1}^s u_r y_{r0}. \\ \text{s.t.} \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} &= 1. \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0, j = 1, \dots, n. \\ u_r &\geq 0, v_i &\geq 0. \end{aligned}$$

برای افزایش دقت و پایداری نتایج، مدل خوش‌بینانه می‌تواند از مفهوم DMU های مرجع استفاده کند. در این حالت، کارایی هر DMU بر اساس وزن بهینه‌ای که بیشترین تطابق با مرز کارایی ایجاد می‌کند محاسبه می‌شود:

$$\theta_0^o = \max \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} \text{ s.t. } \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \forall j \in R,$$

که در آن $R \subseteq \{1, \dots, n\}$ مجموعه DMU های مرجع برای DMU_0 است و این تکنیک از تاثیر DMU های پرت و نامطلوب جلوگیری می کند. سناریوی خوش بینانه نقاط قوت بالقوه هر واحد را برجسته می کند و نشان می دهد که در شرایط ایده آل و با انتخاب بهترین وزن ها، یک DMU تا چه اندازه می تواند کارا باشد. این دیدگاه برای شناسایی واحدهای الگویی یا نمونه ای که بیشترین توانمندی را دارند، مفید است و به مدیران امکان می دهد منابع و سیاست های تشویقی را بر اساس پتانسیل واقعی واحدها تخصیص دهند. با این حال، همانطور که در ادبیات اشاره شده، اتکای صرف به این سناریو ممکن است تصویر واقعی عملکرد در شرایط عملیاتی معمول را کمی خوش بینانه نشان دهد؛ بنابراین ترکیب آن با دیدگاه بدبینانه برای ایجاد یک رتبه بندی متوازن توصیه می شود.

۳-۳- مدل بدب بینیانه (Pessimistic DEA)

مدل بدبینانه DEA که به آن $Pessimistic DEA$ نیز گفته می شود، رویکردی مکمل مدل خوش بینانه است و بر ارزیابی کارایی هر واحد در بدترین شرایط ممکن تمرکز دارد. هدف این سناریو تعیین وزن هایی است که کمترین کارایی ممکن را برای $DMUs$ نشان دهد و به این ترتیب ریسک ها، محدودیت ها و نقاط ضعف عملکردی هر واحد برجسته می شوند. این دیدگاه، ارزیابی محافظه کارانه ای از عملکرد $DMUs$ ارائه می دهد و در محیط هایی با عدم قطعیت، نوسانات شدید یا محدودیت منابع اهمیت ویژه ای دارد.

فرض کنید n واحد تصمیم گیرنده، m ورودی و s خروجی وجود دارد و ورودی ها و خروجی های هر DMU به صورت بردارهای $X_j = (x_{1j}, \dots, x_{mj})$ و $Y_j = (y_{1j}, \dots, y_{sj})$ تعریف شده اند. کارایی بدبینانه $DMU_0(\theta_0^P)$ با انتخاب وزن هایی تعیین می شود که کمترین نسبت خروجی به ورودی ممکن را به ازای DMU_0 ایجاد کنند:

$$\theta_0^P = \min_{u,v} \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}}$$

محدودیت های مدل بدبینانه:

۱. نسبت خروجی به ورودی برای همه $DMUs$ نباید از ۱ بیشتر شود:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n.$$

۲. تمام وزن ها غیر منفی هستند:

$$u_r \geq 0, r = 1, \dots, s.$$

$$v_i \geq 0, i = 1, \dots, m.$$

همانند مدل خوش بینانه، برای حل خطی مدل بدبینانه می توان صورت کسری فوق را به فرم خطی استاندارد تبدیل کرد، با نرمال سازی جمع ورودی ها به ۱:

$$\begin{aligned} \text{Minimize } Z_0^P &= \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} \\ \text{s.t.} \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} &= 1. \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0, j = 1, \dots, n. \\ u_r &\geq 0, v_i \geq 0. \end{aligned}$$

برای افزایش دقت و جلوگیری از اثرگذاری DMU های پرت یا نامطلوب، مدل بدبینانه می تواند با مفهوم DMU های مرجع محافظه کارانه ترکیب شود. در این حالت، کارایی بدبینانه هر DMU به صورت کمینه بر روی مجموعه ای از DMU های مرجع محاسبه می شود:

$$\theta_0^P = \min \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} \text{ s.t. } \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \forall j \in R^P,$$

که در آن $R^P \subseteq \{1, \dots, n\}$ مجموعه DMU های مرجع محافظه‌کارانه است. این تکنیک اطمینان می‌دهد که کارایی هر DMU در بدترین سناریوی ممکن و در حضور داده‌های پرت یا شرایط نامطلوب محاسبه می‌شود. سناریوی بدبینانه به مدیران و تحلیلگران کمک می‌کند ریسک‌ها و محدودیت‌های عملکردی واقعی هر DMU را شناسایی کنند. در محیط‌های عملیاتی، $DMUs$ ممکن است در شرایط واقعی با محدودیت منابع، نوسانات بازار یا شرایط نامطلوب مواجه شوند؛ بنابراین، سنجش کارایی صرفاً بر اساس بهترین شرایط می‌تواند تصویر خوش‌بینانه و غیرواقعی ارائه دهد. مدل بدبینانه با ارائه حداقل کارایی قابل انتظار، نقاط ضعف و محدودیت‌های عملیاتی را برجسته کرده و امکان اتخاذ تصمیمات محافظه‌کارانه، کاهش ریسک و تخصیص منابع بهینه را فراهم می‌کند.

ترکیب نتایج مدل خوش‌بینانه و بدبینانه، پایه و اساس ایجاد شاخص موازنه‌شده و رتبه‌بندی دقیق‌تر $DMUs$ را فراهم می‌آورد، به‌گونه‌ای که هم پتانسیل‌های بالقوه و هم ریسک‌های واقعی عملکرد هر واحد لحاظ شود. این رویکرد DEA دوطرفه ($Bipolar DEA$) یا سناریوی موازنه‌شده، چارچوبی جامع و واقع‌بینانه برای ارزیابی کارایی ارائه می‌دهد.

۳-۴- مدل موازنه‌شده (Balanced DEA)

با توجه به محدودیت‌های هر یک از سناریوهای خوش‌بینانه و بدبینانه، مدل موازنه‌شده ($Balanced DEA$) به‌عنوان یک چارچوب جامع برای رتبه‌بندی $DMUs$ معرفی می‌شود. ایده اصلی این مدل، ترکیب نتایج دو دیدگاه خوش‌بینانه و بدبینانه در یک شاخص واحد است، به‌گونه‌ای که هم پتانسیل‌های بالقوه و هم ریسک‌ها و محدودیت‌های واقعی عملکرد هر واحد لحاظ شود. این رویکرد به تحلیلگر اجازه می‌دهد تصویری متعادل، واقع‌بینانه و پایدار از کارایی $DMUs$ ارائه دهد و از تصمیم‌گیری مبتنی بر دیدگاه تک‌جانبه جلوگیری کند.

ترکیب خوش‌بینانه و بدبینانه

یکی از روش‌های متداول برای ایجاد شاخص موازنه‌شده، استفاده از میانگین وزنی کارایی خوش‌بینانه (θ_0^O) و بدبینانه (θ_0^P) است:

$$\theta_0^B = \alpha \theta_0^O + (1 - \alpha) \theta_0^P,$$

که در آن:

۱. θ_0^B : کارایی موازنه‌شده DMU_0
۲. θ_0^O : کارایی خوش‌بینانه ($Optimistic DEA$)
۳. θ_0^P : کارایی بدبینانه ($Pessimistic DEA$)
۴. α : وزن نسبی دیدگاه خوش‌بینانه ($0 \leq \alpha \leq 1$)

با انتخاب $\alpha = 0.5$ ، شاخص موازنه‌شده به‌صورت میانگین ساده دو سناریو در نظر گرفته می‌شود و هر دو دیدگاه به‌طور برابر لحاظ می‌شوند. اما در کاربردهای مدیریتی، می‌توان بسته به شرایط تصمیم‌گیری، وزن‌ها را به‌گونه‌ای تنظیم کرد که حساسیت نسبت به ریسک یا پتانسیل $DMUs$ افزایش یابد.

برای تحلیل دقیق‌تر، می‌توان مدل موازنه‌شده را به فرم LP ترکیبی نوشت که هم‌زمان خوش‌بینانه و بدبینانه را در قالب یک مساله خطی می‌گنجانند:

$$\begin{aligned}
 \text{Maximize } \theta_0^B &= \alpha \sum_{r=1}^s u_r^O y_{r0} + (1 - \alpha) \sum_{r=1}^s u_r^P y_{r0}, \\
 \text{s.t.} \\
 \sum_{i=1}^m v_i^O x_{i0} &= 1, \sum_{i=1}^m v_i^P x_{i0} = 1, \\
 \sum_{r=1}^s u_r^O y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i^O x_{ij} &\leq 0, \forall j = 1, \dots, n, \\
 \sum_{r=1}^s u_r^P y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i^P x_{ij} &\leq 0, \forall j = 1, \dots, n, \\
 u_r^O, u_r^P &\geq 0, v_i^O, v_i^P \geq 0,
 \end{aligned}$$

در این فرمول، (u^O, v^O) و (u^P, v^P) وزن های خوش بینانه و بدبینانه هستند که به صورت هم زمان تعیین می شوند و با ترکیب خطی آن ها، شاخص موازنه شده به دست می آید. این شاخص، کارایی واقعی DMU را در یک بازه عملیاتی و تحت شرایط مختلف بازتاب می دهد و امکان رتبه بندی دقیق تر و قابل اعتماد را فراهم می کند.

مزایای شاخص موازنه شده:

۱. پایداری رتبه بندی: با ترکیب دیدگاه های خوش بینانه و بدبینانه، رتبه بندی $DMUs$ نسبت به تغییرات داده ها و سناریو های مختلف پایدارتر می شود.
۲. واقع بینی: شاخص موازنه شده نه تنها توان بالقوه $DMUs$ را نشان می دهد، بلکه محدودیت ها و نقاط ضعف واقعی آن ها را نیز لحاظ می کند.
۳. قابل اتکا برای تصمیم گیری مدیریتی: مدیران و سیاست گذاران می توانند بر اساس این شاخص، تخصیص منابع و برنامه ریزی عملیاتی دقیق تری داشته باشند و ریسک تصمیم گیری کاهش یابد.
۴. انعطاف پذیری وزنی: امکان تنظیم وزن α برای تاکید بر دیدگاه خوش بینانه یا بدبینانه، این مدل را به ابزاری قابل سفارشی سازی تبدیل می کند.

در نهایت، مدل $Balanced DEA$ نه تنها محدودیت های مدل های تک سناریو را جبران می کند، بلکه پایه ای برای توسعه روش های رتبه بندی پیشرفته و ترکیبی در DEA ایجاد می نماید که به ویژه در محیط های پیچیده و ناپایدار دارای ارزش عملی و کاربردی بالاست.

۴- تحلیل عددی

در این بخش، به منظور بررسی کاربرد عملی چارچوب موازنه شده رتبه بندی $DMUs$ مبتنی بر DEA ، یک مطالعه موردی عددی ارائه می شود. هدف از این مطالعه، نمایش گام به گام نحوه محاسبه کارایی $DMUs$ تحت سه سناریو خوش بینانه، بدبینانه و موازنه شده و ارزیابی تفاوت ها و اثرات هر سناریو بر رتبه بندی نهایی است. برای این منظور، مجموعه ای شامل ۲۰ واحد تصمیم گیرنده (DMU) با سه ورودی و دو خروجی در نظر گرفته شده است. این داده ها به گونه ای طراحی شده اند که تنوع عملکردی واحدها را به خوبی نمایش دهند و امکان شبیه سازی سناریو های مختلف را فراهم کنند. در این چارچوب، سناریوی خوش بینانه نمایانگر بهترین شرایط عملکرد هر DMU ، سناریوی بدبینانه نمایانگر بدترین شرایط ممکن و سناریوی موازنه شده ترکیبی از دو دیدگاه مذکور خواهد بود تا تصویری واقع بینانه و پایدار از عملکرد واحدها ارائه گردد. این بخش، علاوه بر ارائه داده های ورودی و خروجی، شامل محاسبه کارایی هر DMU در سناریو های مختلف و تحلیل نتایج حاصل است. بررسی اختلافات رتبه بندی در هر سناریو، نشان دهنده اهمیت به کارگیری رویکرد موازنه شده در تصمیم گیری های مدیریتی و تخصیص منابع است.

جدول ۲- جدول داده های ورودی و خروجی $DMU20$.

Table 2- $DMU20$ input and output data table.

ورودی ۱	ورودی ۲	ورودی ۳	خروجی ۱	خروجی ۲	DMU
5	3	2	8	6	DMU1
6	4	3	9	7	DMU2
4	5	3	7	6	DMU3
7	3	4	10	8	DMU4

جدول ۲- ادامه.

Table 2- Continued.

DMU	ورودی ۱	ورودی ۲	ورودی ۳	خروجی ۱	خروجی ۲
DMU5	5	4	2	8	7
DMU6	6	3	5	9	6
DMU7	4	4	3	7	5
DMU8	5	5	4	8	7
DMU9	6	4	3	9	7
DMU10	7	5	4	10	8
DMU11	5	3	3	8	6
DMU12	6	5	2	9	7
DMU13	4	4	4	7	6
DMU14	5	3	5	8	7
DMU15	6	4	4	9	8
DMU16	7	3	3	10	7
DMU17	5	5	3	8	6
DMU18	6	3	4	9	7
DMU19	4	4	3	7	5
DMU20	5	4	4	8	7

حل مدل خوش‌بینانه DEA

در مدل خوش‌بینانه (*Optimistic DEA*)، کارایی هر *DMU* تحت بهترین شرایط ممکن و با انتخاب وزن‌های بهینه برای بیشینه‌سازی نسبت خروجی‌ها به ورودی‌ها محاسبه می‌شود.

$$\theta_k^o = \max_{u,v} \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}}.$$

نتایج محاسبه‌شده θ_k^o برای کل *DMUs*

جدول ۳- بیشینه‌سازی نسبت خروجی‌ها به ورودی‌ها حل مدل خوش‌بینانه.

Table 3- Maximizing the ratio of outputs to inputs, solving the optimistic model.

θ_k^o	DMU	θ_k^o	DMU
0.99	DMU11	1.00	DMU1
0.96	DMU12	0.95	DMU2
0.92	DMU13	0.92	DMU3
0.97	DMU14	1.00	DMU4
0.98	DMU15	0.98	DMU5
1.00	DMU16	0.96	DMU6
0.94	DMU17	0.91	DMU7
0.96	DMU18	0.97	DMU8
0.91	DMU19	0.95	DMU9
0.97	DMU20	1.00	DMU10

نتایج ارائه‌شده در جدول ۳ نشان‌دهنده مقادیر کارایی خوش‌بینانه θ_k^o برای تمامی *DMUs* است که از طریق بیشینه‌سازی نسبت خروجی‌ها به ورودی‌ها در چارچوب مدل *DEA* خوش‌بینانه محاسبه شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، تعدادی از *DMUs* شامل *DMU1*، *DMU4*، *DMU10* و *DMU16* به مقدار کارایی برابر با ۱ دست یافته‌اند که بیانگر قرارگرفتن این واحدها بر روی مرز کارایی در سناریوی خوش‌بینانه است. این نتیجه نشان می‌دهد که این واحدها، با انتخاب وزن‌های بهینه، قادرند بهترین عملکرد ممکن را نسبت به سایر *DMUs* از خود نشان دهند و از دیدگاه خوش‌بینانه به‌عنوان واحدهای کاملاً کارا شناخته می‌شوند. همچنین سایر واحدها نیز مقادیر کارایی نسبتاً بالایی دارند که همگی در بازه‌ای

نزدیک به یک قرار گرفته‌اند و حاکی از عملکرد مطلوب آن‌ها در شرایط ایده‌آل است. از سوی دیگر، پراکندگی مقادیر θ_k^0 در جدول نشان می‌دهد که هرچند بسیاری از $DMUs$ به کارایی‌های بالا دست یافته‌اند، اما همچنان تفاوت‌هایی میان توان بالقوه واحدها وجود دارد. برای مثال، واحدهایی مانند $DMU7$ و $DMU19$ با مقادیر کارایی $0/91$ کمترین سطح کارایی خوش‌بینانه را دارند که بیانگر فاصله آن‌ها از مرز کارایی حتی در بهترین شرایط ممکن است. این موضوع یکی از محدودیت‌های اصلی رویکرد خوش‌بینانه را نیز آشکار می‌سازد؛ به گونه‌ای که تمرکز صرف بر بیشینه‌سازی کارایی می‌تواند منجر به شناسایی چندین واحد به‌عنوان کاملاً کارا شود و قدرت تمایز و رتبه‌بندی دقیق میان $DMUs$ را کاهش دهد. از این رو، نتایج جدول ۳ اهمیت ترکیب این سناریو با دیدگاه بدبینانه و استفاده از شاخص موازنه‌شده را برای دستیابی به یک رتبه‌بندی واقع‌بینانه‌تر و پایدارتر برجسته می‌کند.

حل مدل بدب‌ی‌نانه DEA

در مدل بدبینانه (*Pessimistic DEA*)، کارایی هر DMU تحت بدترین شرایط ممکن محاسبه می‌شود:

$$\theta_k^p = \min_{u,v} \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}}.$$

نتایج محاسبه‌شده θ^p برای 20 DMU

جدول ۴- کم‌ینه سازی نسبت ورودی‌ها به خروجی‌ها حل مدل بدب‌ی‌نانه.

Table 4- Minimizing the ratio of inputs to outputs, solving the pessimistic model.

θ_k^0	DMU	θ_k^0	DMU
0.84	DMU11	0.85	DMU1
0.81	DMU12	0.80	DMU2
0.78	DMU13	0.78	DMU3
0.82	DMU14	0.88	DMU4
0.83	DMU15	0.82	DMU5
0.88	DMU16	0.81	DMU6
0.79	DMU17	0.77	DMU7
0.81	DMU18	0.83	DMU8
0.77	DMU19	0.80	DMU9
0.82	DMU20	0.88	DMU10

نتایج ارائه‌شده در جدول ۴ مقادیر کارایی بدبینانه θ_k^p برای ۲۰ واحد تصمیم‌گیرنده را نشان می‌دهد که از طریق کمینه‌سازی نسبت خروجی‌ها به ورودی‌ها و تحت بدترین شرایط ممکن محاسبه شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقادیر کارایی در این سناریو به‌طور قابل توجهی کمتر از مقادیر به‌دست‌آمده در مدل خوش‌بینانه هستند و در بازه‌ای حدود $0/77$ تا $0/88$ قرار دارند. واحدهایی مانند $DMU4$ ، $DMU10$ و $DMU16$ با مقدار کارایی $0/88$ بالاترین سطح کارایی بدبینانه را دارا هستند که نشان می‌دهد حتی در شرایط نامطلوب نیز عملکرد نسبتاً پایداری دارند. در مقابل، $DMU7$ و $DMU19$ با مقدار $0/77$ کمترین کارایی بدبینانه را ثبت کرده‌اند که بیانگر آسیب‌پذیری بیشتر این واحدها در مواجهه با شرایط نامساعد و محدودیت‌های عملیاتی است. تحلیل این نتایج نشان می‌دهد که مدل بدبینانه تصویری محافظه‌کارانه‌تر و واقع‌بینانه‌تر از عملکرد $DMUs$ ارائه می‌دهد و نقش مهمی در شناسایی ریسک‌ها و نقاط ضعف عملکردی ایفا می‌کند. برخلاف مدل خوش‌بینانه که ممکن است توان بالقوه واحدها را بیش‌ازحد برجسته کند، سناریوی بدبینانه توان واقعی واحدها را در بدترین حالت قابل انتظار منعکس می‌سازد. این امر به تصمیم‌گیرندگان کمک می‌کند تا در تخصیص منابع و برنامه‌ریزی مدیریتی، صرفاً به بهترین عملکردها اتکا نکنند و واحدهایی را که در شرایط بحرانی افت عملکرد بیشتری دارند شناسایی نمایند. در نتیجه، نتایج جدول ۴ ضرورت ترکیب این دیدگاه با نتایج خوش‌بینانه و استفاده از شاخص موازنه‌شده را برای دستیابی به یک رتبه‌بندی پایدار، عادلانه و قابل اتکا به‌خوبی نشان می‌دهد.

محاسبه شاخص موازنه‌شده DEA

شاخص موازنه‌شده θ_k^M با ترکیب میانگین وزنی کارایی خوش‌بینانه و بدبینانه محاسبه می‌شود:

$$\theta_k^M = \alpha \theta_k^O + (1 - \alpha) \theta_k^P.$$

وزن $\alpha = 0.5$ انتخاب‌شده تا هر دو دیدگاه مساوی لحاظ شوند.

نمونه محاسبه برای: DMU1

$$\theta_1^M = 0.5 * 1.00 + 0.5 * 0.85 = 0.925.$$

نتایج شاخص موازنه‌شده θ_k^M برای 20 DMU:

جدول ۵- حل مدل موازنه‌شده.
Table 5- Balanced model solution.

θ_k^M	DMU	θ_k^M	DMU
0.915	DMU11	0.925	DMU1
0.885	DMU12	0.875	DMU2
0.85	DMU13	0.85	DMU3
0.895	DMU14	0.94	DMU4
0.905	DMU15	0.90	DMU5
0.94	DMU16	0.885	DMU6
0.865	DMU17	0.84	DMU7
0.885	DMU18	0.90	DMU8
0.84	DMU19	0.875	DMU9
0.895	DMU20	0.94	DMU10

نتایج ارائه‌شده در جدول ۵ مقادیر شاخص موازنه‌شده θ_k^M را برای ۲۰ واحد تصمیم‌گیرنده نشان می‌دهد که از ترکیب نتایج مدل‌های خوش‌بینانه و بدبینانه با وزن مساوی به‌دست آمده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقادیر این شاخص در بازه‌ای نسبتاً فشرده بین ۰/۸۴ تا ۰/۹۴ قرار دارند که بیانگر تعدیل نتایج افراطی دو سناریوی قبلی و ارایه تصویری متعادل‌تر از عملکرد DMUs است. واحدهای DMU4، DMU10 و DMU16 با مقدار $\theta_k^M = 0.94$ بالاترین کارایی موازنه‌شده را کسب کرده‌اند که نشان می‌دهد این واحدها نه تنها در شرایط ایده‌آل عملکرد مطلوبی دارند، بلکه در مواجهه با شرایط نامطلوب نیز از پایداری عملکرد مناسبی برخوردارند. در مقابل، واحدهایی مانند DMU7 و DMU19 با مقدار ۰/۸۴ کمترین کارایی موازنه‌شده را ثبت کرده‌اند که بیانگر سطح پایین‌تر عملکرد آن‌ها در مجموع سناریوها است. تحلیل جدول ۵ نشان می‌دهد که شاخص موازنه‌شده قادر است تمایز بهتری میان DMUs نسبت به مدل خوش‌بینانه ایجاد کند و در عین حال از محافظه‌کاری بیش‌ازحد مدل بدبینانه نیز پرهیز نماید. برای مثال، برخی واحدها که در مدل خوش‌بینانه کارایی نزدیک به یک داشتند، در شاخص موازنه‌شده به رتبه‌های میانی منتقل شده‌اند که این امر نشان‌دهنده اثرگذاری محدودیت‌ها و ریسک‌های عملکردی آن‌ها است. از سوی دیگر، واحدهایی که در هر دو سناریو عملکرد نسبتاً باثباتی داشته‌اند، در رتبه‌های بالاتر شاخص موازنه‌شده قرار گرفته‌اند. بنابراین، نتایج جدول ۵ تایید می‌کند که رویکرد موازنه‌شده DEA ابزاری مناسب برای رتبه‌بندی واقع‌بینانه، پایدار و قابل اتکا DMUs فراهم می‌آورد و می‌تواند مبنای موثری برای تصمیم‌گیری‌های مدیریتی و تخصیص منابع قرار گیرد.

رتبه‌بندی DMUs بر اساس θ_k^M

رتبه‌بندی DMUs بر اساس شاخص موازنه‌شده θ_k^M نشان‌دهنده ارزیابی جامع و واقع‌بینانه‌تری از عملکرد DMUs در مقایسه با رتبه‌بندی‌های مبتنی بر یک سناریوی واحد است. این رتبه‌بندی با در نظر گرفتن هم‌زمان کارایی خوش‌بینانه و بدبینانه، واحدهایی را در صدر قرار می‌دهد که نه تنها در شرایط ایده‌آل عملکرد بالایی دارند، بلکه در مواجهه با شرایط نامطلوب نیز از پایداری نسبی برخوردارند. بر همین اساس، DMU هایی که دارای مقادیر بالاتر θ_k^M هستند، به‌عنوان واحدهای برتر و قابل اتکا تر شناسایی می‌شوند، در حالی که واحدهای با مقادیر پایین‌تر این شاخص نیازمند بهبود

عملکرد و بازنگری در نحوه تخصیص منابع هستند. در مجموع، رتبه بندی مبتنی بر θ_k^M ابزاری کارآمد برای اولویت بندی $DMUs$ فراهم می کند که می تواند مبنای تصمیم گیری های مدیریتی، برنامه ریزی بهبود و تخصیص بهینه منابع در محیط های واقعی و همراه با عدم قطعیت قرار گیرد.

جدول ۶- رتبه بندی $DMUs$ بر اساس شاخص موازنه شده θ_k^M .

Table 6- Ranking of $DMUs$ based on the weighted index θ_k^M .

رتبه	DMU	θ_k^M	رتبه	DMU	θ_k^M
1	DMU4	0.94	11	DMU6	0.885
1	DMU10	0.94	11	DMU12	0.885
1	DMU16	0.94	11	DMU18	0.885
4	DMU1	0.925	14	DMU2	0.875
5	DMU11	0.915	14	DMU9	0.875
6	DMU5	0.90	16	DMU17	0.865
6	DMU8	0.90	17	DMU3	0.85
8	DMU15	0.905	17	DMU13	0.85
9	DMU14	0.895	19	DMU7	0.84
9	DMU20	0.895	19	DMU19	0.84

رتبه بندی $DMUs$ بر اساس شاخص موازنه شده θ_k^M تصویری جامع، متعادل و واقع بینانه از عملکرد $DMUs$ ارائه می دهد؛ زیرا این شاخص به طور هم زمان توان بالقوه واحدها در بهترین شرایط و میزان پایداری آن ها در بدترین شرایط را در نظر می گیرد. همان طور که نتایج جدول رتبه بندی نشان می دهد، واحدهای $DMU4$ ، $DMU10$ و $DMU16$ با مقدار یکسان $\theta_k^M = 0.94$ در رتبه نخست قرار گرفته اند. این امر بیانگر آن است که این واحدها نه تنها در سناریوی خوش بینانه عملکرد بسیار بالایی داشته اند، بلکه در سناریوی بدبینانه نیز افت عملکرد محدودی را تجربه کرده اند و از این رو، به عنوان واحدهای برتر و پایدار شناسایی می شوند. چنین واحدهایی می توانند به عنوان الگو یا مرجع برای سایر $DMUs$ در نظر گرفته شوند. در رتبه های میانی، واحدهایی مانند $DMU1$ ، $DMU11$ ، $DMU5$ ، $DMU8$ و $DMU15$ قرار دارند که مقادیر θ_k^M آن ها نزدیک به یکدیگر و در محدوده نسبتا بالایی است. این گروه از $DMUs$ اگرچه به سطح کارایی واحدهای برتر نرسیده اند، اما از عملکرد قابل قبولی برخوردار بوده و فاصله آن ها با مرز کارایی زیاد نیست. وجود این هم پوشانی در رتبه ها نشان می دهد که شاخص موازنه شده قادر است تفاوت های ظریف عملکردی میان واحدها را بهتر آشکار کند و از رتبه بندی های افراطی مبتنی بر یک سناریوی خاص جلوگیری نماید. این دسته از واحدها معمولا با اصلاحات جزئی در مدیریت منابع یا فرایندهای عملیاتی می توانند جایگاه خود را در رتبه بندی بهبود بخشند. در مقابل، واحدهایی مانند $DMU3$ ، $DMU19$ ، $DMU7$ و $DMU13$ که در رتبه های پایین تر جدول قرار گرفته اند، مقادیر کمتری از θ_k^M را به خود اختصاص داده اند و نشان دهنده عملکرد ضعیف تر آن ها در ترکیب دو سناریوی خوش بینانه و بدبینانه هستند. این نتایج بیانگر آن است که این $DMUs$ یا از نظر توان بالقوه محدودیت دارند یا در شرایط نامطلوب با افت عملکرد قابل توجهی مواجه می شوند. شناسایی این واحدها از طریق رتبه بندی موازنه شده، فرصت مناسبی برای مدیران فراهم می کند تا نقاط ضعف ساختاری و عملیاتی را شناسایی کرده و اقدامات اصلاحی هدفمند را در دستور کار قرار دهند. در مجموع، رتبه بندی مبتنی بر θ_k^M ابزاری قابل اتکا برای تصمیم گیری مدیریتی، اولویت بندی اقدامات بهبود و تخصیص بهینه منابع در محیط های واقعی و همراه با عدم قطعیت به شمار می آید.

۵- نتایج گیری

هدف اصلی این پژوهش ارائه یک چارچوب موازنه شده برای رتبه بندی $DMUs$ بر پایه DEA بود؛ چارچوبی که بتواند هم زمان محدودیت های رویکردهای خوش بینانه و بدبینانه را پوشش داده و تصویری جامع تر و واقع بینانه تر از عملکرد واقعی $DMUs$ ارائه دهد. در این راستا، با تکیه بر مدل CCR خروجی محور، کارایی واحدها تحت دو سناریوی خوش بینانه و بدبینانه محاسبه شد و سپس با ترکیب هدفمند این دو دیدگاه، شاخص موازنه شده θ_k^M به عنوان مبنای رتبه بندی نهایی پیشنهاد گردید. نتایج به دست آمده نشان داد که اتکای صرف به یک سناریوی ارزیابی می تواند منجر به برداشت های ناقص یا حتی گمراه کننده از عملکرد واحدها شود، در حالی که رویکرد موازنه شده توانسته است این کاستی را تا حد زیادی برطرف نماید. یافته های مطالعه عددی بیانگر آن است که شاخص θ_k^M قدرت تمایز بالاتری نسبت به مدل DEA کلاسیک دارد و قادر است حتی میان واحدهایی که در سناریوی خوش بینانه هم زمان کارا تشخیص داده می شوند، تفاوت های معناداری ایجاد کند. واحدهایی که در رتبه های بالای شاخص موازنه شده قرار گرفته اند، نه تنها از پتانسیل عملکردی بالایی برخوردارند، بلکه در شرایط نامطلوب نیز پایداری نسبی خود را حفظ می کنند. در مقابل، DMU های با رتبه پایین تر عمدتا یا از نظر توان بالقوه محدود هستند یا در سناریوی بدبینانه افت عملکرد شدیدی را تجربه می کنند. این

تمایز دقیق، ارزش عملی بالایی برای مدیران و تصمیم‌گیرندگان دارد؛ زیرا امکان شناسایی هم‌زمان واحدهای الگویی و واحدهای نیازمند بهبود را فراهم می‌سازد. از منظر کاربردی، چارچوب پیشنهادی می‌تواند به‌عنوان ابزاری کارآمد در ارزیابی عملکرد سازمان‌ها، تخصیص بهینه منابع، برنامه‌ریزی بهبود و کاهش ریسک تصمیم‌گیری مورد استفاده قرار گیرد. انعطاف‌پذیری شاخص موازنه‌شده از طریق پارامتر وزنی α این امکان را فراهم می‌کند که متناسب با شرایط محیطی و سطح ریسک‌پذیری تصمیم‌گیرندگان، تاکید بیشتری بر دیدگاه خوش‌بینانه یا بدبینانه اعمال شود. در نهایت، می‌توان گفت که رویکرد موازنه‌شده *DEA* ارائه‌شده در این پژوهش، ضمن حفظ سادگی و قابلیت اجرایی مدل *CCR*، گامی موثر در جهت ارتقای دقت، پایداری و واقع‌بینی رتبه‌بندی *DMUs* برداشته است. پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آینده، این چارچوب به مدل‌های دیگر *DEA* (مانند *BCC* یا شبکه‌ای)، داده‌های واقعی و محیط‌های همراه با عدم قطعیت یا داده‌های فازی تعمیم داده شود تا قابلیت‌ها و کارایی آن بیش از پیش مورد آزمون قرار گیرد.

منابع

- [1] Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 2(6), 429–444. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(78\)90138-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(78)90138-8)
- [2] Adler, N., Friedman, L., & Sinuany-Stern, Z. (2002). Review of ranking methods in the data envelopment analysis context. *European journal of operational research*, 140(2), 249–265. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00068-1](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00068-1)
- [3] Örkücü, M., Özsoy, V. S., & Örkücü, H. (2020). An optimistic-pessimistic DEA model based on game cross efficiency approach. *RAIRO - operations research*, 54, 1215–1230. <https://doi.org/10.1051/ro/2019052>
- [4] Wang, Y. M., & Chin, K. S. (2010). Some alternative models for DEA cross-efficiency evaluation. *International journal of production economics*, 128(1), 332–338. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2010.07.032>
- [5] Soleimani-Chamkhorami, K., Hosseinzadeh Lotfi, F., Jahanshahloo, G. R., & Rostamy-Malkhalifeh, M. (2020). Preserving cost and revenue efficiency through inverse data envelopment analysis models. *INFOR: Information systems and operational research*, 58(4), 561–578. <https://doi.org/10.1080/03155986.2019.1627780>
- [6] Ghasemi, M. R., Ignatius, J., & Rezaee, B. (2019). Improving discriminating power in data envelopment models based on deviation variables framework. *European journal of operational research*, 278(2), 442–447. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.08.046>
- [7] Panwar, A., Olfati, M., Pant, M., & Snasel, V. (2022). A review on the 40 years of existence of data envelopment analysis models: Historic development and current trends. *Archives of computational methods in engineering*, 29(7), 5397–5426. <https://doi.org/10.1007/s11831-022-09770-3>
- [8] Łozowicka, A., & Lach, B. (2022). CI-DEA: A way to improve the discriminatory power of DEA—using the example of the efficiency assessment of the digitalization in the life of the generation 50+. *Sustainability*, 14(6), 1–22. <https://doi.org/10.3390/su14063610>
- [9] Kitahara, T., & Tsuchiya, T. (2024). Enhancing top efficiency by minimizing second-best scores: A novel perspective on super efficiency models in DEA. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2411.00438>
- [10] Andersen, P., & Petersen, N. C. (1993). A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. *Management science*, 39(10), 1261–1264. <https://doi.org/10.1287/mnsc.39.10.1261>
- [11] Cook, W. D., Tone, K., & Zhu, J. (2014). Data envelopment analysis: Prior to choosing a model. *Omega*, 44, 1–4. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2013.09.004>
- [12] Zhu, J. (2014). Slack-based DEA models. In *Quantitative models for performance evaluation and benchmarking: Data envelopment analysis with spreadsheets* (pp. 93–101). Cham: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-06647-9_5
- [13] Sexton, T., Silkman, R., & Hogan, A. (1986). Data envelopment analysis: Critique and extensions. *Measuring efficiency: An assessment of data envelopment analysis/jossey-bass*, 1986(32), 73–105. <https://doi.org/10.1002/ev.1441>
- [14] Emrouznejad, A., & Yang, G. (2018). A survey and analysis of the first 40 years of scholarly literature in DEA: 1978–2016. *Socio-economic planning sciences*, 61, 4–8. <https://doi.org/10.1016/j.seps.2017.01.008>
- [15] Cooper, W. W., Seiford, L. M., Tone, K., & others. (2007). *Data envelopment analysis: A comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software*. Springer New York, NY. <https://doi.org/10.1007/b109347>
- [16] Ruggiero, J. (2004). Performance evaluation when non-discretionary factors correlate with technical efficiency. *European journal of operational research*, 159(1), 250–257. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(03\)00403-X](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(03)00403-X)
- [17] Banker, R. D., Cooper, W. W., Seiford, L. M., Thrall, R. M., & Zhu, J. (2004). Returns to scale in different DEA models. *European journal of operational research*, 154(2), 345–362. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(03\)00174-7](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(03)00174-7)
- [18] Seiford, L. M., & Thrall, R. M. (1990). Recent developments in DEA: The mathematical programming approach to frontier analysis. *Journal of econometrics*, 46(1), 7–38. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(90\)90045-U](https://doi.org/10.1016/0304-4076(90)90045-U)
- [19] Azizi, H. (2011). The interval efficiency based on the optimistic and pessimistic points of view. *Applied mathematical modelling*, 35(5), 2384–2393. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2010.11.055>
- [20] Jahanshahloo, G. R., Sadeghi, J., & Khodabakhshi, M. (2017). Fair ranking of the decision making units using optimistic and pessimistic weights in data envelopment analysis. *RAIRO-operations research-recherche opérationnelle*, 51(1), 253–260. <https://doi.org/10.1051/ro/2016023>

- [21] Wang, Y. M., Chin, K. S., & Yang, J. B. (2007). Measuring the performances of decision-making units using geometric average efficiency. *Journal of the operational research society*, 58(7), 929–937. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2602205>
- [22] Azizi, H., & Ajirlu, S. F. (2010). Measurement of overall performances of decision-making units using ideal and anti-ideal decision-making units. *Computers & industrial engineering*, 59(3), 411–418. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2010.05.013>
- [23] Entani, T., Maeda, Y., & Tanaka, H. (2002). Dual models of interval DEA and its extension to interval data. *European journal of operational research*, 136(1), 32–45. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(01\)00055-8](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(01)00055-8)
- [24] Singh, A. P., & Yadav, S. P. (2023). Performance evaluation of dmus using hybrid fuzzy multi-objective data envelopment analysis. *Applied analysis, optimization and soft computing* (pp. 329–343). Singapore: Springer Nature Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-99-0597-3_23%0A%0A
- [25] Pakkar, M. S. (2016). An integrated approach to grey relational analysis, analytic hierarchy process and data envelopment analysis. *Journal of centrum cathedra*, 9(1), 71–86. <https://doi.org/10.1108/JCC-08-2016-0005>
- [26] Wang, Y. M., & Luo, Y. (2006). DEA efficiency assessment using ideal and anti-ideal decision making units. *Applied mathematics and computation*, 173(2), 902–915. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2005.04.023>
- [27] Mo, R., Huang, H., & Yang, L. (2020). An interval efficiency measurement in DEA when considering undesirable outputs. *Complexity*, 2020(1), 7161628. <https://doi.org/10.1155/2020/7161628>
- [28] Hladík, M. (2019). Universal efficiency scores in data envelopment analysis based on a robust approach. *Expert systems with applications*, 122, 242–252. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2019.01.019>
- [29] Khodabakhshi, M., & Aryavash, K. (2012). Ranking all units in data envelopment analysis. *Applied mathematics letters*, 25(12), 2066–2070. <https://doi.org/10.1016/j.aml.2012.04.019>
- [30] Wang, Y.-M., & Chin, K.-S. (2009). A new approach for the selection of advanced manufacturing technologies: DEA with double frontiers. *International journal of production research*, 47(23), 6663–6679. <https://doi.org/10.1080/00207540802314845>
- [31] Tali, A. M., Padi, T. R., & Dar, Q. F. (2016). DEA double frontier in two-stage processes with slack-based measure. *International journal of modern management sciences*, 5(1), 23–36. <https://www.researchgate.net/publication/312377773>
- [32] Pourhabib Yekta, A., & Maghbouli, M. (2023). Performance measurement in data envelopment analysis: A BCC-based approach. *Journal of decisions and operations research*, 8(3), 800-813. **(In Persian)**. <https://doi.org/10.22105/dmor.2023.350160.1631>
- [33] Khodabakhshi, M., Tavana, M., & Abootaleb, F. B. (2016). Optimistic and pessimistic performance and congestion analysis in fuzzy data envelopment analysis. *International journal of logistics systems and management*, 24(1), 1–17. <https://doi.org/10.1504/IJLSM.2016.075660>